COLISIÓN DE DOS PARTÍCULAS

R. O. Barrachina

1 Descripción de un proceso de colisión en el sistema centro de masa

En el capítulo anterior describimos la colisión de un proyectil contra un centro de fuerza que permanece fijo. Aunque ésta es una buena aproximación cuando el blanco tiene mucha más masa que el proyectil, en general ha de retroceder por efecto de la colisión. En el problema de la colisión de una partícula alfa contra un núcleo de oro, por ejemplo, la masa de este último es tan grande que dicho retroceso resulta despreciable. Pero éste no es siempre el caso. Consideremos entonces la colisión de una partícula de masa m_P contra otra de masa m_B. Supondremos que la interacción entre ambas partículas está dada por una fuerza $\mathbf{F} = \mathbf{F}_P = -\mathbf{F}_B$ que que sólo depende de la posición relativa entre ambas partículas $\mathbf{r} = \mathbf{r}_P - \mathbf{r}_B$. Supondremos además que esta fuerza es central, es decir que actúan sobre la misma dirección del vector posición

$$\mathbf{F} = f(\mathbf{r})\,\hat{\mathbf{r}} \ ,$$

y conservativa. Con esto último queremos decir que existe una función $V(\mathbf{r})$ llamada *energía potencial*, tal que

$$f = -\frac{\partial V}{\partial r} \, .$$

Este problema se puede estudiar más fácilmente desde un sistema de coordenadas con el origen fijo al centro de masa. En efecto, la posición relativa $\mathbf{r} = \mathbf{r}_P - \mathbf{r}_B$ y la del centro de masa $\mathbf{r}_{cm} = (m_P \mathbf{r}_P + m_B \mathbf{r}_P)/(m_P + m_B)$ permiten describir completamente el estado del sistema.

$$\mathbf{r}_P = \frac{m}{m_P}\mathbf{r} + \mathbf{r}_{cm} \qquad , \qquad \mathbf{r}_B = -\frac{m}{m_B}\mathbf{r} + \mathbf{r}_{cm} \tag{1}$$

donde $m = m_P m_B/(m_P + m_B)$ es la masa reducida del sistema. Puesto que el centro de masa se mueve en una trayectoria rectilínea y uniforme de velocidad $\mathbf{v}_{cm} = m_P \mathbf{v}_\infty/(m_P + m_B)$, todo el problema se reduce a hallar la evolución del vector posición relativo $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$.

Para ello escribimos la segunda ley de Newton para una de las partículas, digamos el proyectil,

$$\mathbf{F} = m_P \frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{r}_P}{\mathrm{d}t^2} \, .$$

Ahora reemplazamos la expresión anterior para $\mathbf{r}_P$

$$\mathbf{F} = \frac{m_P m_B}{m_P + m_B} \frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{r}}{\mathrm{d}t^2} + m_P \frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{r}_{cm}}{\mathrm{d}t^2} \, .$$

Finalmente, como $\mathrm{d}^2\mathbf{r}_{cm}/\mathrm{d}t^2 = 0$, obtenemos

$$\mathbf{F} = m \frac{\mathrm{d}^2 \mathbf{r}}{\mathrm{d}t^2} \, .$$

Trabajando sobre la segunda ley de Newton para el blanco arribaríamos a exactamente la misma ecuación. Vemos entonces que la colisión de dos partículas puede describirse simplemente en el sistema centro de masa como la dispersión por un centro de fuerza de una única partícula ficticia de masa igual a la masa reducida $m = m_P m_B/(m_P + m_B)$ del par y posición $\mathbf{r} = \mathbf{r}_P - \mathbf{r}_B$ en presencia de un campo de fuerza central de energía potencial $V = V(r)$. De esta manera el problema de colisión se reduce al caso que hemos estado describiendo hasta ahora de la colisión de una partícula por un centro de fuerza fijo, en el sentido de que una vez hallada la solución $\mathbf{r}(t)$ de este problema, podemos eventualmente calcular las trayectorias $\mathbf{r}_P(t)$ y $\mathbf{r}_B(t)$ de ambas partículas en base a las ecuaciones anteriores.

Manteniendo la notación del capítulo anterior, la velocidad relativa antes de la colisión es $\mathbf{v}_\infty$. Por conservación de energía, el módulo de esta velocidad relativa $\mathbf{v}$ es el mismo después de la colisión, $|\mathbf{v}| = |\mathbf{v}_\infty|$. En otras palabras, en el sistema centro de masa el efecto neto de la colisión es rotar la velocidad $\mathbf{v}$ en un dado ángulo θ, permaneciendo inalterada su magnitud.

Lo que necesitamos ahora es encontrar la relación entre este ángulo θ de dispersión de la partícula reducida (que es el que aprendimos a calcular en el capítulo anterior) con el "verdadero" ángulo de dispersión del proyectil θ_P que es lo que se mide en el sistema de referencia del laboratorio. Conocida esta relación, podremos pasar de la sección eficaz diferencial calculada en el sistema de referencia fijo al centro de masa $d\sigma/d\Omega$ a la sección eficaz medida en el sistema de referencia del laboratorio $d\sigma/d\Omega_P$ por medio del Jacobiano correspondiente

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_P} = \frac{d\Omega}{d\Omega_P}\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mathrm{sen}(\theta)\, d\theta\, d\phi}{\mathrm{sen}(\theta_P)\, d\theta_P\, d\phi_P}\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mathrm{sen}(\theta)\, d\theta}{\mathrm{sen}(\theta_P)\, d\theta_P}\frac{d\sigma}{d\Omega}$$

donde hemos utilizado el hecho de que la transformación de Galileo no afecta el plano de colisión, es decir que $\phi = \phi_P$. Este sencillo resultado es de la mayor importancia, pues nos dice que la sección eficaz diferencial calculada para el problema equivalente de una partícula, es también la sección eficaz diferencial para la dispersión del proyectil en la colisión de dos partículas entre sí. En este sentido, los resultados obtenidos en el capítulo anterior siguen siendo aplicables, aunque referidos a un sistema de coordenadas fijo al centro de masa.

2 Descripción de un proceso de colisión en el sistema de laboratorio

Entre la velocidad final del proyectil $\mathbf{v}_P$ referida al sistema del laboratorio y la velocidad $\mathbf{v}$ de la partícula de masa reducida hay una simple relación vectorial que resulta de derivar respecto del tiempo la ecuación de transformación estudiada en la sección anterior

$$\mathbf{v}_P = \frac{m}{m_P}\mathbf{v} + \mathbf{v}_{cm} = \frac{m}{m_P}\mathbf{v} + \frac{m}{m_B}\mathbf{v}_\infty$$

Los ángulos que forman $\mathbf{v}_P$ y $\mathbf{v}$ con la velocidad inicial $\mathbf{v}_\infty$ son los ángulos de dispersión en los sistemas de laboratorio θ_P y centro de masa θ, respectivamente, con lo cual

$$\begin{aligned} v_P \cos(\theta_P) &= \frac{m}{m_P} v \cos(\theta) + \frac{m}{m_B} v_\infty \\ v_P \,\mathrm{sen}(\theta_P) &= \frac{m}{m_P} v \,\mathrm{sen}(\theta) \end{aligned}$$

Dividiendo miembro a miembro y teniendo en cuenta que $v = v_\infty$ obtenemos finalmente

$$\mathrm{tg}(\theta_P) = \frac{m_B \,\mathrm{sen}(\theta)}{m_P + m_B \cos(\theta)}$$

ó, resolviendo para $\cos\theta$,

$$\cos(\theta) \;=\; -\frac{m_P}{m_B}\,\mathrm{sen}^2(\theta_P) \,\pm\, \cos(\theta_P)\sqrt{1 - \frac{m_P^2}{m_B^2}\,\mathrm{sen}^2(\theta_P)}\,. \qquad (2)$$

Si $m_P < m_B$ la relación entre ambos ángulos es "uno a uno", debiéndose tomar el signo $+$ de manera que $\theta = 0$ cuando $\theta_P = 0$. En esta situación el proyectil puede ser desviado, en principio, en cualquier dirección. Esto es lo que ocurre en la colisión de una partícula alfa contra un núcleo de oro donde ahora podemos verificar que, siendo $m_B/m_P = 49.25$, ambos ángulos de dispersión son aproximadamente iguales. El blanco experimenta un retroceso muy pequeño y en la práctica actúa como un centro de fuerza fijo.

Si $m_P > m_B$, la relación entre θ y θ_P es bivaluada. Además el proyectil sólo puede ser dispersado en un ángulo que no exceda un cierto valor máximo, $\theta_P \leq \mathrm{arcsen}(m_B/m_P)$.

Ya que estamos, podemos encontrar la dirección en que retrocede el blanco debemos realizar un cálculo similar a partir de la ecuación

$$\mathbf{v}_B = -\frac{m}{m_B}\mathbf{v} + \mathbf{v}_{cm}$$

y teniendo en cuenta que en el sistema centro de masa ese ángulo es $\pi - \theta$. Se obtiene

$$\mathrm{tg}(\theta_B) = \frac{\mathrm{sen}(\pi - \theta)}{1 + \cos(\pi - \theta)}$$

o sea

$$\theta_B = \frac{1}{2}(\pi - \theta)$$

Tal como vimos, conocida la sección eficaz en el sistema centro de masa $d\sigma/d\Omega$, el pasaje al sistema de laboratorio sólo requiere calcular el Jacobiano para la transformación de θ_P por θ. Sin embargo, en este punto debemos manejarnos con mucho cuidado. Como señalamos anteriormente, cuando $m_P > m_B$ cada ángulo θ_P en el sistema de referencia del laboratorio está relacionado, no con uno, sino con dos ángulos θ^+ y θ^- en el sistema centro de masa.

$$\cos(\theta^\pm) \;=\; -\frac{m_P}{m_B}\,\mathrm{sen}^2(\theta_P) \,\pm\, \cos(\theta_P)\sqrt{1 - \frac{m_P^2}{m_B^2}\,\mathrm{sen}^2(\theta_P)}$$

Al calcular la sección eficaz en el sistema del laboratorio, debemos sumar estas dos contribuciones a la intensidad de partículas dispersadas en dicha dirección θ_P.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_P) \;=\; \left|\frac{d\cos(\theta^+)}{d\cos(\theta_P)}\right| \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta^+) \;+\; \left|\frac{d\cos(\theta^-)}{d\cos(\theta_P)}\right| \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta^-)$$

Cuando $m_P < m_B$, en cambio, tenemos una única contribución correspondiente al ángulo θ^+. Resulta finalmente

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega_P}(\theta_P) &= \Theta\left(m_B/m_P - \mathrm{sen}\theta_P\right) \qquad (3)\\ &\times \left[\frac{1 + (m_P/m_B)^2 + \cos(2\theta_P)}{\sqrt{1 - (m_P/m_B)^2 \mathrm{sen}^2(\theta_P)}}\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta^+) + \Theta(m_P - m_B)\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta^-)\right)\right.\\ &\left. + \,2\,\frac{m_P}{m_B}\cos(\theta_P)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta^+) - \Theta(m_P - m_B)\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta^-)\right)\right]\,, \end{aligned}$$

con $\Theta(x) = 1$ si $x \geq 0$ y $\Theta(x) = 0$ si $x < 0$.

Esto en cuanto a la dispersión del proyectil. Sin embargo, también podríamos querer realizar un experimento de colisión donde lo que nos interesa es el ángulo θ_B en que retrocede el blanco después de la colisión. De hecho, el desarrollo de nuevas técnicas experimentales han permitido realizar experimentos de colisiones atómicas con estas características. En este caso, la simplicidad de la relación $\theta_B = (\pi - \theta)/2$ se traslada a la ecuación de transformación entre el sistema centro de masa y el sistema de laboratorio

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_B) \;=\; \left|\frac{d\cos(\theta)}{d\cos(\theta_B)}\right| \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = 2\,\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = \pi - 2\theta_B)\,\Theta\left(\pi/2 - \theta_B\right)$$

Para terminar esta sección quisiera destacar la simplicidad conceptual de los cálculos que hemos realizado hasta este punto. En esencia nos hemos limitado a emplear la conservación del impulso y la energía. Y justamente lo elemental de su naturaleza explica su gran campo de validez. En tanto se conserve el impulso, lo que habrá de ocurrir en la mecánica cuántica; y en tanto que la colisión sea elástica, carecen de importancia los detalles del proceso y las ecuaciones de transformación del sistema centro de masa al sistema de laboratorio que hemos obtenido seguirán siendo válidas. En efecto sólo nos hemos preocupado por lo que ocurre con las partículas antes y después de la colisión, siendo indiferente que los fenómenos que ocurren al aproximarse una partícula a otra hayan sido clásicos o cuánticos. Por consiguiente estas ecuaciones de transformación pueden utilizarse también en el análisis de fenómenos cuánticos.

3 Dispersión de partículas idénticas

Una situación particularmente interesante se da cuando el blanco y el proyectil tienen la misma masa. En tal caso resulta

$$\theta_P = \frac{1}{2}\,\theta \qquad , \qquad \theta_B = \frac{1}{2}\,(\pi - \theta)$$

O sea que, después de la colisión, ambas partículas se mueven en direcciones que forman un ángulo recto entre ellas. La sección eficaz diferencial en el sistema de laboratorio resulta

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_P}(\theta_P) \;=\; 4\cos(\theta_P)\,\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 2\theta_P)\,\Theta\,(\pi/2 - \theta_P)\;\;.$$

Ahora bien, si no sólo las masas de las partículas son iguales, sino que las mismas partículas son idénticas (como ocurre, por ejemplo, en una colisión electrón-electrón ó en una colisión neutrón-neutrón), no será posible distinguir después de la colisión cuál era la partícula blanco y cuál la partícula proyectil. En este caso debemos sumar ambas contribuciones, resultando

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_P}(\theta_P) \;=\; 4\cos(\theta_P)\,\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = 2\theta_P) \,+\, \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = \pi - 2\theta_P)\right)\,\Theta\,(\pi/2 - \theta_P)$$

En particular, si la interacción es coulombiana, reemplazando la fórmula de Rutherford resulta

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_P} \;=\; \left(\frac{b}{2}\right)^2\,\cos(\theta_P)\,\left[\frac{1}{\mathrm{sen}^4(\theta_P)} \,+\, \frac{1}{\cos^4(\theta_P)}\right]\,\Theta\,(\pi/2 - \theta_P)$$

con $b \;=\; 2Z/m\,v_\infty^2$. Cuánticamente se obtiene el siguiente resultado[1]

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{d\Omega_P} \;&=\; \left(\frac{b}{2}\right)^2\,\cos(\theta_P)\,\left[\frac{1}{\mathrm{sen}^4\theta_P} \,+\, \frac{1}{\cos^4\theta_P}\right.\\ &\qquad\left.\pm\; 2\,\frac{\cos\left(2\nu\ln\left(\cot^2\theta_P\right)\right)}{\mathrm{sen}^2\theta_P\,\cos^2\theta_P}\right]\,\Theta\,(\pi/2 - \theta_P)\end{aligned}$$

donde hemos definido el factor adimensional $\nu = Z\,/\,\hbar\,v_\infty$ con $\hbar = 1.05459\times 10^{-27}$ erg.seg la constante reducida de Planck. En el doble signo, la suma corresponde al caso donde el espín total del sistema, esto es la suma de los momentos angulares *intrínsecos* de ambas partículas, es par. La diferencia corresponde al caso de espín total impar. Los dos primeros términos representan el resultado clásico. El término de interferencia es de origen puramente cuántico. Sin embargo, si la velocidad es pequeña, $v_\infty \ll |Z|/\hbar$, entonces el término de interferencia es muy fuertemente oscilante y, por lo tanto, inobservable experimentalmente. Recuperamos así la expresión clásica.

El término de interferencia se superpone en forma oscilatoria al resultado clásico. En particular la sección eficaz cuántica para la dispersión en $\pi/4$ es el doble de la clásica cuando el espín total es par. Este efecto fue verificado en 1930 por James Chadwick para la colisión entre partículas alfa[2]. Cuando el espín total es impar, en cambio, la sección eficaz para la dispersión en $\pi/4$ es nula.

En la práctica los experimentos se realizan con proyectiles y blancos no polarizados. Y aún si lo están, no constituyen necesariamente estados puros de espín total definido. Sin embargo, cualquier estado de espín puede expresarse como superposición de estados puros. En particular, en el caso completamente no polarizado, obtenemos la sección eficaz por el procedimiento usual de promediar sobre los posibles estados de espín. De los $(2s+1)^2$ diferentes estados de espín total definido de un sistema de dos partículas de espín s, puede demostrarse que $s(2s+1)$ de ellos corresponden a espín total par y $(s+1)(2s+1)$ a espín total impar si s es semientero, y al revés si s es entero. Supongamos primeramente que s es semientero. La probabilidad de que el espín total del sistema sea par es $s(2s+1)/(2s+1)^2 = s/(2s+1)$, mientras que la probabilidad de que sea impar es $(s+1)(2s+1)/(2s+1)^2 = (s+1)/(2s+1)$. Por lo tanto la sección eficaz resulta

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{s}{2s+1}\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{S\text{ par}} + \frac{s+1}{2s+1}\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{S\text{ impar}} = \\ &= \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cos(\theta_P)\left[\frac{1}{\operatorname{sen}^4\theta_P} + \frac{1}{\cos^4\theta_P}\right. \\ &\quad \left. - \frac{2}{2s+1}\frac{\cos\left(2\nu\ln\left(\cot^2\theta_P\right)\right)}{\operatorname{sen}^2\theta_P\cos^2\theta_P}\right] \end{aligned}$$

Similarmente, si s es entero

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{s+1}{2s+1}\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{S\text{ par}} + \frac{s}{2s+1}\left.\frac{d\sigma}{d\Omega}\right|_{S\text{ impar}} = \\ &= \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cos(\theta_P)\left[\frac{1}{\operatorname{sen}^4\theta_P} + \frac{1}{\cos^4\theta_P}\right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{2s+1}\frac{\cos\left(2\nu\ln\left(\cot^2\theta_P\right)\right)}{\operatorname{sen}^2\theta_P\cos^2\theta_P}\right] \end{aligned}$$

Uniendo ambos resultados en una única ecuación obtenemos la llamada fórmula de Mott[3]

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cos(\theta_P)\left[\frac{1}{\operatorname{sen}^4\theta_P} + \frac{1}{\cos^4\theta_P}\right. \\ &\quad \left. + \frac{2\,(-1)^{2s}}{2s+1}\frac{\cos\left(2\nu\ln\left(\cot^2\theta_P\right)\right)}{\operatorname{sen}^2\theta_P\cos^2\theta_P}\right] \end{aligned}$$

Vemos que el término de interferencia aparece aún en el caso totalmente no polarizado. Debemos destacar la importancia de este resultado. No importa que el proceso de colisión ocurra entre proyectiles y blancos no polarizados y con una interacción que no depende del espín, aún así aparecerá un término de interferencia que sí depende de él.

En particular si $s = 1/2$ (por ejemplo, en la colisión elástica entre electrones) el resultado anterior se reduce a

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \cos(\theta_P)\left[\frac{1}{\operatorname{sen}^4\theta_P} + \frac{1}{\cos^4\theta_P} - \frac{\cos\left(2\nu\ln\left(\cot^2\theta_P\right)\right)}{\operatorname{sen}^2\theta_P\cos^2\theta_P}\right]$$

4 Energía transferida

En toda colisión elástica, el proyectil pierde parte de su energía cinética inicial, que transfiere al blanco. Esta energía cinética final del blanco es

$$T = \frac{1}{2}m_B\left|-\frac{m}{m_B}\mathbf{v} + \mathbf{v}_{cm}\right|^2 = \frac{1}{2}m_B\,v_{CM}^2\,\left(2 + 2\cos(\theta)\right)^2$$

donde hemos aplicado que $v = v_\infty$ y $v_{cm} = m\mathbf{v}_\infty/m_B$ y que el ángulo entre ambas velocidades es igual a $\pi - \theta$. Finalmente, obtenemos que esta energía transferida está dada por

$$T = T_o\operatorname{sen}^2(\theta/2)$$

con

$$T_o = \frac{2m^2}{m_B}v_\infty^2$$

Vemos que la energía transferida es máxima cuando $\theta = \pi$, esto es cuando se produce un proceso de retrodispersión en el sistema centro de masa. En el caso particular de que sea $m_P = m_B$, vemos que T_o es igual a la energía cinética inicial del proyectil en el sistema de laboratorio. Esto quiere decir que en el proceso de retroceso correspondiente a $\theta = \pi$, la transferencia de energía es máxima, el proyectil detiene su movimiento y la partícula blanco adquiere toda la energía cinética inicial.

Esta transferencia de energía cinética mediante colisiones constituye el principio de los moderadores de partículas rápidas, por ejemplo neutrones en reactores nucleares. Puesto que la transferencia de energía es máxima cuando $m_B = m_P$, resulta evidente que los mejores moderadores de neutrones son los elementos ligeros, idealmente el hidrógeno. Sin embargo las pilas de hidrógeno no son prácticas (debido a que capturan neutrones), aunque suelen emplearse en forma de parafinas. En general, se utilizan el deuterio de masa $m_B \approx 2m_P$ y el carbono de masa $m_B \approx 12m_P$.

La expresión $T = T_o \operatorname{sen}^2(\theta/2)$ provee una relación directa entre la energía cinética final del blanco T y el ángulo de dispersión del proyectil en el sistema centro de masa. Esto permite relacionar la sección eficaz diferencial en el sistema centro de masa $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}\Omega(\theta)$ directamente con el espectro de energías del blanco $\mathrm{d}\sigma/\mathrm{d}T$,

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}T} = \frac{4\pi}{T_o}\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}\,\Theta\left(T_o - T\right) \tag{4}$$

Esta forma de expresar la sección eficaz diferencial[4] en términos de la energía transferida del proyectil al blanco es muy utilizada en la descripción de los procesos de frenamiento de partículas en medios gaseosos o materiales. Por ejemplo, la sección eficaz de Rutherford se escribe

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\pi b^2}{4}\frac{T_o}{T}\,\Theta\left(T_o - T\right)$$

Preguntas y ejercicios

6. Demostrar las ecuaciones (1).

7. Demostrar la relación (2) entre los ángulos de dispersión en los sistemas centro de masa y de laboratorio, graficarla para distintos valores del cociente de masas e interpretar los resultados.

8. Demostrar que la relación entre el ángulo θ de dispersión en el sistema centro de masa y el ángulo θ_B de retroceso del blanco es $\theta = \pi - 2\theta_B$.

9. Suponiendo que la sección eficaz diferencial en el sistema centro de masa es isotrópica, graficar la sección eficaz diferencial en el sistema de laboratorio (3) como función del ángulo de dispersión θ_P para distintos valores del cociente de masas. Interpretar los resultados.

10. Graficar la fórmula de Mott para la dispersión de electrones como función del ángulo de dispersión θ_P para distintas velocidades iniciales v_∞. Separar las contribuciones clásica y cuántica e interpretar los resultados.

11. Graficar la fórmula de Mott para la dispersión de partículas cargadas de espín unidad (¿Conoce alguna partícula con estas características? ¿Cuál?) como función del ángulo de dispersión θ_P para distintas velocidades iniciales v_∞. Separar las contribuciones clásica y cuántica, comparar con los resultados del problema anterior, e interpretar.

12. Mostrar que la transferencia de energía en una colisión frontal es máxima cuando ambas partículas tienen igual masa.

13. Demostrar la relación (4).

14. Graficar la sección eficaz de Rutherford en términos de la energía transferida.

Notas

[1] L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *Quantum Mechanics* (Pergamon Press, Oxford).

[2] El físico inglés Sir James Chadwick nació en Manchester el 20 de octubre de 1891 y falleció en Cambridge el 24 de julio de 1974). En 1914 fue a estudiar con Hans Geiger en la Technische Hochschule en Berlin. Al estallar la I Guerra Mundial fue considerado enemigo y arrestado. Tras la guerra

Chadwick volvió a Cambridge, donde trabajó con Ernest Rutherford en investigaciones sobre la emisión de rayos gamma por materiales radioactivos. También estudiaron la transmutación de elementos a través del bombardeo con partículas alfa e investigaron la naturaleza del núcleo atómico. Entre sus aportaciones científicas se encuentran el descubrimiento del neutrón en 1932, por el que le fue otorgado en 1935 el premio Nobel de Física, y el del tritio, realizado en colaboración con Oliphant, Harteck y Rutherford. Colaboró en el proyecto inglés de la bomba atómica y a partir de 1946 fue asesor de la Comisión de la Energía Atómica de las Naciones Unidas.

[3]El físico británico Sir Nevill Francis Mott nació en Leeds el 30 de Setiembre de 1905 y falleció en Milton Keynes el 8 de Agosto de 1996. Sus primeras investigaciones en la Universidad de Manchester le ganaron una sólida reputación en la aplicación de las nuevas ideas de la mecánica ondulatoria a los procesos de colisión entre partículas atómicas. En 1933 se traslado a Bristol como Profesor Melville Wills en Física Teórica y comenzó a trabajar en metales y aleaciones, y posteriormente al area de semiconductores y aislantes. Sus investigaciones sobre las características electrónicas de los semiconductores amorfos le valió el premio Nobel de física de 1977, junto con P.W. Anderson y J.H. Van Vleck.

[4]Un comentario importante: Puesto que la sección eficaz diferencial en las variables θ, θ_P, θ_B ó T sólo difieren en un Jacobiano, se obtiene la "misma" sección eficaz σ por integración de cualquiera de ellas respecto de la o las variables correspondientes.