

## Trabajo de Tesis de Maestría

“De la luz corpuscular a la materia ondulatoria”

Estudio comparativo de dos campos controversiales.

Director: Dr. Oscar Núdler

Maestrando: R. O. Barrachina

**Resumen:** En el presente trabajo aplicamos una teoría elaborada por O. Núdler al estudio de dos controversias desarrolladas en el área de las ciencias físicas, una referida al uso de principios integrales en óptica y mecánica, y la otra al problema de la radiación del cuerpo negro. Mostramos que si bien ambos procesos están separados en el tiempo por casi dos siglos, presentan un gran número de características comunes cuando se los analiza en el marco del modelo propuesto por O. Núdler. Discutimos los terrenos comunes de acuerdo sobre los cuales se desarrollaron las distintas fases de las controversias, sus inicios marginales y regresivos y su gradual sustitución por otros debates de mayor profundidad e interés, inadvertidamente planteados durante la fase inicial. Mostramos que a partir de ese punto, ambos procesos experimentaron una fuerte revitalización con un claro carácter progresivo. También destacamos la existencia de importantes diferencias entre ambos desarrollos.

*... a Juani y Agus*

## Índice general

Introducción	5
Common ground	7
Los antecedentes	11
El principio de Fermat	11
Radiación de cuerpo negro	15
Los problemas	17
Unificación de la mecánica y la óptica	17
La catástrofe ultravioleta	19
Primeras fases de las controversias	20
Pierre – Louis Moreau de Maupertuis	21
Max Karl Ernst Ludwig Planck	27
Fase regresiva	29
Primeros pasos hacia una transformación por sustitución	31
El apologista de Descartes	31
Un acto de desesperación	35
Refocalización de la controversia	37
Jean-Le-Rond D’Alembert	38
Albert Einstein	42

La segunda fase de la controversia	46
Las críticas de los “racionalistas”	47
Planck vs. Einstein	51
La resolución de la controversia	54
William Rowan Hamilton	54
El experimento de Compton	63
Conclusiones	66
Apéndices	
Apéndice A: Problemas de isoperímetros	68
Apéndice B: Gottfried Wilhelm Leibniz	75
Apéndice C: La disputa entre Maupertuis y König	79
Apéndice D: La primera conferencia Solvay	82
Bibliografía	84

## Introducción

Recientemente, Oscar Núdler (2001, 2002, 2003) ha realizado un estudio de las controversias científicas y filosóficas, no sólo en referencia a casos puntuales, sino a través de un modelo general de su desarrollo. Además de tener una importancia intrínseca, dicho estudio representa una herramienta útil en filosofía e historia de la ciencia para el análisis de la dinámica de las controversias. O. Núdler muestra como las discusiones que se generan respecto de algún o algunos problemas relacionados generan un *campo controversial* entre posturas rivales que, sin embargo, no implican una completa inconmensurabilidad, sino que suponen la existencia de un terreno común de compromisos, muchas veces tácitos e implícitos, que subyacen a la discusión. Dentro de este marco, y tal como ejemplificaremos en este trabajo, las controversias pueden atravesar una etapa *normal* o sufrir distintas *transformaciones*. Por ejemplo, pueden alcanzar un estado progresivo o bien entrar en una fase regresiva conducente a un estancamiento y aún a una extinción del debate; pueden resolverse en un consenso o llevar a un cambio del foco del debate o *refocalización*, o inclusive a una sustitución de todo el campo controversial. En estos últimos casos se puede hablar de progreso en tanto ampliación del conocimiento.

En este trabajo se estudian dos desarrollos científicos diferentes en el área de las ciencias físicas, que si bien están separados en el tiempo por casi dos siglos,

presentan un gran número de características comunes cuando se los analiza como campos controversiales. Tal como veremos, este análisis de dos casos particulares, sus similitudes y diferencias, nos permitirá reconocer los distintos aspectos del modelo mencionado.

Uno de los desarrollos científicos a considerar se refiere a la introducción de principios integrales en óptica y mecánica, enunciados inicialmente por Pierre de Fermat y Pierre-Louis Moreau de Maupertuis, respectivamente, durante la segunda mitad del siglo XVII y la primera mitad del siglo XVIII. El otro desarrollo corresponde a las dos primeras décadas del siglo XX y se refiere al denominado “problema de la radiación del cuerpo negro”, siendo sus principales actores Max Planck y Albert Einstein. En ambos casos, estas controversias no han recibido demasiada atención, al menos en comparación con otras discusiones contemporáneas similares, como la famosa polémica entre Leibniz y Clarke en el primer caso, o la no menos conocida discusión entre Einstein y Niels Bohr acerca de la naturaleza intrínsecamente probabilista de la nueva teoría cuántica.

La más evidente analogía entre ambas controversias es que la primera resultó en la unificación de la mecánica y la óptica en una formulación común basada en la luz como corpúsculo, mientras que la segunda produjo una síntesis similar pero con base en la naturaleza ondulatoria de la materia. Pero no sólo hay puntos en común en su conclusión, sino también en su desarrollo. De hecho, ambas controversias pasaron por períodos de estancamiento y refocalización,

siendo gradualmente sustituidas por otras de mayor profundidad cuyos focos habían sido inadvertidamente planteados en los comienzos de ambos desarrollos por Claude Clerselier en una crítica a Fermat de 1662, y por el mismo Planck en su presentación original de 1900. En ambos casos se generaría una transformación por sustitución, al instalarse lentamente en la comunidad la convicción de que la vieja discusión estaba agotada, y que había que reemplazarla por otra que permitiría esclarecer mejor el problema.

Finalmente debe aclararse que si bien hay importantes similitudes, también hay diferencias esenciales entre ambas controversias. Por un lado, la primera se mantuvo en un terreno “normal”, en el sentido de tener límites muy estrechos y estar situada sobre un *common ground* muy amplio e implícito. La segunda, en cambio, desembocó en una refocalización revolucionaria, abriendo la puerta para las nuevas ideas cuánticas que se formalizarían en las teorías de Heisenberg y Schrödinger durante la tercera década del siglo XX.

### **Common ground**

Para que haya desacuerdo tiene que haber acuerdo, es decir un terreno común o espacio de acuerdo a partir del cual la discusión se hace posible. Comenzaremos describiendo los *common grounds* a partir de los cuales se desarrollaron las primeras fases de ambas controversias.

Tanto a mediados del siglo XVIII como a principios del siglo XX, la física estaba transcurriendo en un período que hoy denominaríamos de ciencia normal. Esto lo atestigua el gran éxito que se había logrado en la explicación de la mayoría de los fenómenos físicos conocidos hasta ese momento. Se tenía la percepción de que se vivía en un mundo ordenado donde las leyes de la Naturaleza eran conocidas o, en su defecto, podían conocerse aplicando los mismos principios utilizados hasta ese momento. Sólo quedaba, por así decirlo, un trabajo de artesano para colocar en su lugar los ladrillos faltantes en el perfecto edificio de la Ciencia. En la base de esta percepción estaba el concepto de que el Universo estaba formado por dos clases de elementos: materia y luz. La primera ocupa un lugar en el espacio y tiene la propiedad de que, cuando actúa sobre ella una influencia externa (es decir una fuerza), cambia su estado de movimiento según las leyes de formuladas en 1687 por Isaac Newton (1642-1727). En lo que concierne a la luz, la percepción era bien distinta en ambas épocas. A mediados del siglo XVIII, por el propio peso de la autoridad de Isaac Newton, se había impuesto la idea de que tenía una naturaleza corpuscular, y que por lo tanto debería ser posible reducir su descripción a las leyes de la mecánica. A comienzos del siglo XX, en cambio, se aceptaba que la luz era una forma de perturbación electromagnética con características ondulatorias, cuya descripción se basaba en la teoría propuesta por James Clark Maxwell en 1865 y que constituía el segundo gran esquema teórico de la física. Las cuatro ecuaciones de Maxwell permitían determinar los campos de fuerza (campos electromagnéticos) producido por distribuciones de cargas eléctricas y dipolos magnéticos. En 1888 Heinrich Hertz



(1857 – 1894) había confirmado que la luz era también un fenómeno electromagnético, con lo cual la óptica había pasado a ser una parte integral del electromagnetismo<sup>1</sup>. Obviamente, los efectos eléctricos y magnéticos no eran desconocidos en el siglo XVIII. Pero, dado el continuo éxito de la teoría newtoniana en las más diversas áreas de la física, no es sorprendente que, observando cualitativamente la rápida disminución de las fuerzas eléctricas y magnéticas con la distancia, se supusiese que ellas también verificaban una ley de cuadrado inverso *alla Newton*. En 1750, John Michell (1724-1793), joven miembro del Queen's College de Cambridge, publicó observaciones que mostraban que la atracción y repulsión entre polos magnéticos variaba inversamente con el cuadrado de la distancia entre ellos<sup>2</sup>. Casi simultáneamente, pero del otro lado del Atlántico, Joseph Priestley (1733-1804), un inglés emigrado a Estados Unidos y subsecuentemente descubridor del oxígeno, publicó en 1756 un libro titulado “History and Present State of Electricity”. Este título puede causar gracia en tanto que poca *historia* podía tener un área de la física que recién comenzaba a desarrollarse. En el libro describe un experimento que ya había sido realizado por su amigo Benjamin Franklin (1706-1790) y que él había confirmado, donde mostraba que no hay fuerzas eléctricas dentro de una caja metálica cerrada. Al respecto escribió: “¿No podemos inferir de este experimento

---

<sup>1</sup> A comienzos del siglo XX, además de las dos teorías mencionadas, la termodinámica proveía las herramientas necesarias para comprender los fenómenos térmicos, aunque todavía faltaban seis años para el descubrimiento por Walther Nernst (1865 - 1941) de la llamada tercera ley. Mientras tanto, físicos como Ludwig Eduard Boltzmann (1844 - 1906) y Josiah Willard Gibbs (1839 - 1903) estaban estableciendo los fundamentos de la mecánica estadística con la idea de reformular la termodinámica sobre la base de una hipótesis atómica. El éxito obvio de la tabla periódica de los elementos y una sucesión creciente de evidencias favorables hablaba en favor de esta idea, a pesar de un gran número de anti-atomistas quienes se oponían vehementemente a atribuir realidad a los átomos como elementos constitutivos de la materia.

que la atracción de la electricidad está sujeta a las mismas leyes de la gravitación y es, por tanto, de acuerdo con los cuadrados de las distancias; ya que se demuestra fácilmente que si la Tierra tuviera la forma de un cascarón, un cuerpo dentro de ella no sería atraído más hacia un lado que hacia otro?”. Aunque esta aguda y sagaz especulación no atrajo la atención que merecía, podríamos afirmar que a mediados del siglo XVIII se tenía el convencimiento de que las fuerzas eléctricas y magnéticas estaban sujetas a la misma ley de cuadrado inverso propuesta por Newton para las fuerzas gravitatorias<sup>3</sup>.

Como vemos a partir de estos pocos ejemplos, en ambas épocas había confianza en que cualquier fenómeno, conocido<sup>4</sup> o por conocer, eventualmente se clasificaría y comprendería dentro del gran esquema científico de la época. Parecía que todo lo importante sobre el comportamiento físico del universo se conocía ya, y la tarea del científico de esos años quedaba relegada a la resolución artesanal de algunos problemas que habían ido quedando como hilos sueltos en el entramado de la física.

---

<sup>2</sup> R. A. Luftburrow: *American Journal of Physics* 31, 60 (1963).

<sup>3</sup> Recién a partir de la publicación en julio de 1820 por el danés Christian Oersted (1777-1851) de un folleto describiendo sus resultados sobre los efectos de la electricidad sobre la aguja magnética de una brújula, comenzó a hacerse claro que las fuerzas magnéticas no eran tan simples como se había pensado. La ley de cuadrado inverso para fuerzas electrostáticas entre dos cargas, en cambio, obtuvo rango de ley. Una verificación experimental directa de esta dependencia fue obtenida por un escocés, John Robison (1739-1805) pero, sin embargo, no publicó sus resultados hasta varios años después. Mientras tanto el ingeniero francés, Charles Augustin de Coulomb (1736 - 1806) lograría la síntesis final en una serie de célebres memorias publicadas a partir de 1785.

<sup>4</sup> Como por ejemplo, los ya mencionados efectos eléctricos y magnéticos en el siglo XVIII, y los rayos catódicos, X y Becquerel a comienzos del siglo XX.

## Los antecedentes

Ahora describiremos los antecedentes inmediatos respecto de los cuales se desarrollaron ambas controversias. Uno de estos temas tiene su origen en la explicación dada por Fermat en 1662 para la refracción que sufre la luz al cruzar el límite entre el aire y el agua. El otro se refiere a una serie de trabajos sobre la emisión de radiación por cuerpos calientes, que se desarrolló durante la segunda mitad del siglo XIX.

### El principio de Fermat:

Se está tan acostumbrado al enfoque newtoniano que suele causar sorpresa el saber que hay una manera completamente distinta de *construir* la mecánica. De hecho esta estructura alternativa se ha terminado imponiendo, siendo incluso extrapolada a otras áreas de las ciencias físicas. Esta reconstrucción de la mecánica no se basa en principios diferenciales, como son las leyes de Newton, sino en principios integrales o variacionales<sup>5</sup>, que en sus comienzos tuvieron fuertes connotaciones teleológicas<sup>6</sup>. Estas ideas se venían desarrollando

---

<sup>5</sup> En general, se suele denominar indistintamente *variacionales* o *integrales* a aquellas leyes físicas donde se anula la variación de cierto tipo de expresión integral. Sin embargo, es preciso mencionar que no todos los principios integrales se expresan en forma variacional, y que no todas las leyes variacionales involucran expresiones integrales. En la mecánica, la invariancia de la integral de Poincaré - Cartan es un ejemplo de un principio integral que no se expresa en forma variacional. Por otro lado el principio de D'Alembert es una ley variacional pero no integral.

<sup>6</sup> En efecto, los principios integrales parecen ir en contra de la noción de causa y efecto. Para ellos la secuencia de eventos no está determinada por el estado presente del sistema, sino también por sus estados futuros a lo largo de toda la evolución del sistema. En este sentido se suele decir que los principios integrales tienen un carácter teleológico en el sentido de dirigido a un fin ó formado por un propósito.

lentamente desde antes de que Newton publicara sus *Principia*, para confluir y fusionarse con el desarrollo de éste, de la mano de los trabajos de Euler y Lagrange a principios del siglo XVIII y de Hamilton en el siglo XIX.

Para encontrar una de las primeras versiones de una ley variacional es preciso remontarse a la ciencia helenista. Una ley elemental de la óptica afirma que el ángulo de incidencia de un rayo de luz reflejado por una superficie es igual al ángulo de reflexión. Pero el matemático Herón de Alejandría observó que esa ley de reflexión era compatible con la hipótesis de que un rayo luminoso, para ir de un punto a otro por reflexión en una superficie, debía recorrer el camino más corto entre todos los caminos posibles. Con el nacimiento de la ciencia moderna en el siglo XVII, esta idea ya enunciada por Aristóteles de un cierto ahorro en los procesos naturales no caería en terreno estéril. En su tratado de óptica *La Dioptrique*, publicado en 1637 como apéndice de su *Discours de la methóde*, Descartes realizó un detallado estudio del Arco Iris. Para ello desarrolló una serie de experimentos sobre la desviación que sufre un rayo de luz al cruzar el límite entre el aire y el agua. Así descubrió la ley de refracción<sup>7</sup>, e intentó justificarla a través de la premisa de que la luz viaja más rápido en el medio más denso.

---

<sup>7</sup> En realidad habría que decir que Descartes re-descubrió la ley de refracción, ya que el científico holandés Willebrord Snell, la había descubierto 16 años antes de que Descartes escribiera su tratado. Pero Snell ya estaba muerto y nunca había publicado su trabajo. El efecto de la refracción era bien conocido desde Aristóteles, pero la ley correspondiente había eludido los mejores esfuerzos de investigadores como Ptolomeo, Alhazen, Grossesteste, Witelo, Maurolico y Porta. Se ha sugerido que Snell basó su trabajo sobre la refracción en una cita de Kepler respecto de que Alhazen y Witelo habían indicado que la luz que cae oblicuamente sobre una superficie puede ser vista como compuesta de dos movimientos, donde el rayo refractado se acerca a la normal al reforzarse su componente perpendicular. Para 1621, Snell había descubierto la ley de refracción, pero no sabemos como lo hizo. El autor murió dejando su manuscrito sin edición. Posiblemente, este manuscrito haya sido visto por Descartes, pero lo cierto es que ahora está irremediamente

Veinticinco años más tarde, el matemático francés de origen vasco Pierre de Fermat (Beaumont-de-Lomagne 17 Agosto 1601, Castres 12 de Enero de 1665) advirtió que esta suposición de Descartes parecía estar en contradicción con la idea aristotélica de un ahorro en los procesos naturales. En una carta a C. de la Chambre del 1ro. de Enero de 1662, Fermat escribió que “M. Descartes nunca ha demostrado su principio. Pues [...] incluso supone que el pasaje de la luz es más fácil en los medios densos que en los enrarecidos, lo cual es claramente falso”. A continuación Fermat afirmó su convencimiento de que la refracción de la luz debía poder comprenderse a partir “del principio, tan común y bien establecido, de que la naturaleza siempre actúa por los caminos más cortos”. Acto seguido calculó el camino más rápido por el cual un rayo de luz va de un punto en un medio donde se mueve con cierta velocidad a otro punto en otro medio donde se mueve con una velocidad distinta, atravesando una interfase plana. Este cálculo constituye una primera versión de lo que llegaría a conocerse como *problemas de isoperímetros*. En el apéndice A describimos la historia de esta importante derivación. En su carta a de la Chambre, Fermat daba rienda suelta a su entusiasmo, pues “la recompensa [...] ha sido extraordinaria, muy inesperada, y la más afortunada que nunca había obtenido. Pues habiendo pasado por todas las ecuaciones, y habiendo finalmente resuelto el problema [...], encontré que mi principio daba exactamente la misma proporción de las refracciones que M. Descartes había establecido.

---

perdido. Sin embargo, por Christiaan Huygens (1627-1695) sabemos que Snell expresó su ley en términos geométricos. En su versión, la ley de refracción indica que si se prolonga el rayo incidente y el refractado hasta cortar una recta normal a la superficie, los segmentos que van desde estos dos puntos hasta el punto donde el rayo atraviesa la superficie mantienen un cociente

Estaba tan sorprendido por tan inesperado resultado que sólo me pude recobrar de mi asombro con dificultad [...]. Repetí mis operaciones algebraicas varias veces y el resultado fue siempre el mismo, aún cuando mi demostración suponía que el pasaje de la luz a través de los medios densos era más difícil que en los enrarecidos, algo que yo creo que es verdaderamente cierto y necesario, y que M. Descartes cree en contrario”. Fermat publicó estos cálculos en su trabajo *Synthesis ad refractiones*, escrito posiblemente en febrero de 1662. Veinte años después, en un artículo enviado al *Acta* de Leipzig, Gottfried Wilhelm Leibniz<sup>8</sup> (1646-1716) reformuló el principio de Fermat para hacerlo compatible con la opinión de Descartes sobre la mayor velocidad de la luz en medios densos, afirmando que en realidad la luz no sigue necesariamente el camino más corto o el más rápido, sino el más fácil, es decir aquel que hace mínimo el producto de la distancia recorrida por la “resistencia” del medio. También observó que la ley de reflexión de Herón se podía considerar como un caso particular de esta ley, para el caso en que las velocidades fuesen iguales. Años más tarde, Christiaan Huygens (1629 - 1695) ampliaría estas ideas, considerando trayectorias no rectilíneas en un medio donde la velocidad de la luz varía continuamente. Así quedó firmemente establecido el principio de Fermat para el movimiento de la luz, ya sea en su interpretación original o en la de Leibniz.

---

constante.

<sup>8</sup> Ver apéndice B.

### Radiación de cuerpo negro:

Uno de los primeros antecedentes del problema respecto del cual se generaría la segunda controversia que discutimos en esta tesis está dado por un trabajo presentado en 1859, a la Academia Prusiana de Ciencias por Gustav Robert Kirchhoff<sup>9</sup> (1824 - 1887), profesor de física de la universidad de Heidelberg. Aparentemente, el tema de ese trabajo no tenía ningún interés práctico. Se trataba de estudiar de qué color es un cuerpo muy caliente. Pero este juicio no es válido desde una postura diacrónica, ya que ese tema era puramente académico sólo en apariencia. Muy por el contrario, tal tipo de estudios podía conducir a una manera más eficiente de producir luz visible a temperaturas más bajas, un descubrimiento que sería muy bien recibido por los empresarios o entes del gobierno que debían iluminar las ciudades de noche. ¿Cuál era la idea de estas investigaciones?. Cuando se calienta un objeto comienza a emitir radiación electromagnética. Si se lo calienta mucho, esa radiación comienza a ser apreciable en el rango visible y el cuerpo se pone incandescente. Kirchhoff atacó este problema junto con su colaborador Robert Bunsen (1811-1899) estudiando una cavidad, es decir una especie de burbuja dentro de un material, toda a la misma temperatura y con la radiación atrapada adentro. Así él descubrió que la densidad de energía en su interior es independiente de la composición o topografía de la cavidad, y sólo

---

<sup>9</sup> Gustav Robert Kirchhoff nació el 12 de Marzo de 1824 en Königsberg, Alemania, en cuya Universidad se graduó en 1847. Cuando envió a publicar su primer trabajo sobre emisión térmica, se desempeñaba como profesor de física en la Universidad de Heidelberg. Trabajó tanto en física experimental como teórica, realizando numerosas contribuciones en electricidad, conductividad térmica, termodinámica e interacción de la luz con la materia. Pero la mayoría de sus contribuciones más reconocidas fueron realizadas en colaboración con Robert Bunsen (1811-1899)

depende de la temperatura y la frecuencia de la radiación. Esto es lo que hoy llamamos ley de Kirchhoff. En un trabajo posterior publicado en *Annalen der Physik* (1860), Kirchhoff introdujo el concepto de un cuerpo perfectamente negro o simplemente “cuerpo negro”, que absorbe toda la radiación que cae sobre él. El color de un cuerpo está dado por la luz que refleja. Si absorbe toda la luz, el cuerpo se ve negro. En 1895, Wilhelm (Willy) Wien<sup>10</sup> y Otto Lummer representarían esta idea prácticamente por medio de una cavidad con un pequeño agujero hacia el exterior. La idea era que cualquier radiación que cae desde afuera sobre el (pequeño) agujero tendría una probabilidad insignificante de salir nuevamente debido a las muchas reflexiones que sufriría dentro de la gran superficie de la cavidad. Posteriormente se desarrollaron investigaciones teóricas y experimentales tendientes a encontrar la ecuación para esa densidad de energía en la cavidad, es decir su dependencia con la frecuencia y la temperatura. Entre otros, podemos nombrar dos trabajos de 1896, uno experimental de Friedrich Paschen (1865 - 1947), y otro teórico de Wilhelm Wien donde, sobre la base de argumentos teóricos previos de Eugen Lommel (1837 – 1899), Vladimir Alexandrovich Michelson (1860 - 1927) y Ludwig Boltzmann, se desarrollaba una ecuación que ajustaba esos datos empíricos.

---

en el entonces puramente empírico campo de la espectroscopía. Un prematuro deterioro de su salud lo obligó a retirarse en 1886. Falleció en Berlín el 17 de Octubre de 1887.

<sup>10</sup> Wilhelm Carl Werner Otto Fritz Franz Wien fué, junto con Kirchhoff, una de las figuras centrales en las investigaciones referidas al tema de la radiación de cuerpo negro. Nació en 1864, único hijo de un agricultor del este de Prusia. Estudió primero en Göttingen y luego en Berlín bajo la dirección de Helmholtz. Wien recibió el premio Nobel en 1911 por sus trabajos sobre la radiación del cuerpo negro. Persona de una gran cultura, con amplios intereses en humanidades, tecnología y política, Wien representó como científico el ideal de su época, con todas sus virtudes y defectos, y con una reconocida carga de chauvinismo nacionalista, característica de la Europa de



## Los problemas

### Unificación de la mecánica y la óptica

Antes de la publicación de los *Principia* de Newton, la mecánica consistía en una colección muy diversa de leyes y regularidades, como la ley de Galileo de caída de los graves, el movimiento de los proyectiles y los péndulos, las leyes de Kepler del movimiento planetario, etc. Pero la teoría de Newton había logrado subordinar todas estas regularidades a sólo tres leyes de movimiento y una ley de gravitación universal<sup>11</sup>. Con el tiempo, esta teoría permitiría explicar muchas otras regularidades, pero en ese momento había un aspecto del mundo físico que, si bien se sospechaba que era afín a la mecánica, aún no se había podido incorporar en la síntesis newtoniana. Esta dificultad perduraría por varias décadas. En un trabajo publicado en 1744, Pierre-Louis Moreau de Maupertuis describiría el sentimiento que este fracaso causaba al decir que la ley de propagación rectilínea “es común a la luz y a todos los cuerpos. Se mueven en línea recta a menos que alguna fuerza externa los desvíe. La ley de reflexión es también la misma que sigue una bola elástica que es arrojada contra una superficie inmóvil. Pero también es totalmente necesario que la ley de refracción sea explicada de una manera igualmente satisfactoria”. Acto seguido lamentaba que Newton abandonara “todo intento de deducir los fenómenos de refracción a partir de aquellos que ocurren cuando un cuerpo encuentra un obstáculo, o cuando es

---

principios de siglo XX.

forzado dentro de un medio que resiste de manera distinta”.

O sea que a casi medio siglo de la publicación de los *Principia*, se tenía la sensación de que debía existir una manera de aplicar las leyes de Newton a la óptica, en particular al fenómeno de refracción descrito por el principio de Fermat. Pero todavía no se había podido hallar una manera de realizar esta unificación. Por otra parte había un importante problema. Ya en su carta a de la Chambre de 1662, Fermat había destacado que su “demostración suponía que el pasaje de la luz a través de los medios densos era más difícil que en los enrarecidos, algo que [...] M. Descartes cree en contrario”. La reformulación de Leibniz había intentado evitar esta diferencia, aunque a mediados del siglo XVIII todavía persistía la idea de que debía buscarse una mejor manera de compatibilizar ambas argumentaciones. En el mismo trabajo recién mencionado, Maupertuis indicaba que “en el artículo que M. de Mayran ha escrito sobre la reflexión y refracción, se puede encontrar la historia de la disputa entre Fermat y Descartes, y la dificultad e inhabilidad que ha habido desde entonces para reconciliar la ley de refracción con el principio metafísico”.

Vemos entonces que a mediados del siglo XVIII se tenía por un lado un fenómeno, el de la refracción, que se resistía a un planteamiento mecánico y que parecía ser el último escollo en la inclusión de la óptica como un capítulo más de la física newtoniana. Por otro lado, había surgido un argumento respecto de la

---

<sup>11</sup> Muchos años más tarde se daría otro caso similar de sistematización en la explicación de los fenómenos electromagnéticos en la teoría de Maxwell.

supuesta incompatibilidad del principio de Fermat con la idea cartesiana, que era apoyada mayoritariamente, respecto de que la luz debía moverse más rápido en los medios más densos.

### La catástrofe ultravioleta:

Hacia 1899 todo parecía estar bien en los estudios referidos a la radiación del cuerpo negro. Ciertamente el tema no despertaba demasiado interés y había muy poca gente involucrada en su estudio. A pesar de ello se disponía de una gran cantidad de resultados experimentales así como de una descripción teórica aparentemente satisfactoria. Sin embargo, en ese mismo año de 1899 Otto Richard Lummer (1860 - 1925) hizo dos presentaciones a la Sociedad Física Alemana en Berlín mostrando nuevos resultados obtenidos en colaboración con Ernst Pringsheim (1859 - 1917) para temperaturas en la gama de los 500 a los 1100 °C que no concordaban con la teoría de Wien. Por el contrario, en otras dos contribuciones a la Academia de Prusia de ese mismo año, Friedrich Paschen afirmaba haber obtenido un acuerdo perfecto con la teoría. Aparecía un primer punto de desacuerdo en el área experimental. Además el problema también tenía una muy importante arista teórica. A principios de año, John William Strutt, tercer Barón Rayleigh (1842 - 1919) publicó una pequeña nota en *Philosophical Magazine* argumentando que la ley de Wien era incompatible con la ley de equipartición de energía. La idea no estaba perfectamente clara, hasta el punto que tanto Rayleigh como James Hopwood Jeans (1877 - 1946) tardarían otros cinco

años en lograr una reformulación convincente. En esencia, mientras Wien había llegado a su ley con argumentos completamente *ad-hoc*, Rayleigh hacía un planteo más correcto, pero llegaba a una ley distinta y simplemente absurda. Con un ojo entrenado, se advertía fácilmente que esta nueva ley era un desastre. Por ejemplo, un pedazo de acero debería emitir una cantidad muy grande de luz visible aun a temperatura ambiente. Y la radiación emitida seguiría creciendo y creciendo sin límite más allá del rango visible. Esta dificultad se terminaría conociendo como “catástrofe ultravioleta”. Y así llegamos al año 1900, con un pequeño argumento en un pequeño problema marginal, pero que a la larga se transformaría en una de las semillas de una revolución científica. La ley de Wien daba una buena descripción de los datos experimentales existentes, pero estaban apareciendo nuevos resultados que parecían no ajustarse a esa teoría. Por otro lado, Rayleigh había mostrado que un planteo correcto parecía conducir a una ley distinta, pero absurda.

### **Primeras fases de las controversias**

Ambas controversias se inician con el desarrollo, por parte de Pierre-Louis Moreau de Maupertuis en 1741 y de Max Karl Ernst Ludwig Planck en 1900, de sendas soluciones a los problemas planteados en la sección anterior. Tal como veremos, Maupertuis desarrolló una formulación alternativa del principio de Fermat que también podía ser aplicada a la descripción de los sistemas mecánicos. De esta manera lograba una unificación de la mecánica y la óptica en una única

estructura formal. Por otro lado, Planck mostraba que una suposición ad-hoc permitía encontrar una nueva ecuación para la radiación de cuerpo negro que interpolaba entre las de Rayleigh a bajas frecuencias y la de Wien a altas frecuencias. Ambas formulaciones parecían resolver los problemas planteados. Sin embargo veremos que adolecían de notorias imprecisiones que las harían desembocar rápidamente en sendas controversias.

### Pierre-Louis Moreau de Maupertuis:

En 1741, mientras acompañaba a su mecenas Federico el Grande durante una campaña militar en Silesia, Pierre-Louis Moreau de Maupertuis<sup>12</sup> cayó prisionero de los austríacos. Cuando logró recuperar su libertad, se estableció en París y comenzó a trabajar en un tema que le había interesado desde hacía algún tiempo, como era lograr una unificación entre la óptica y la mecánica de Newton. Su idea era buscar analogías mecánicas para las leyes de propagación rectilínea, reflexión

---

<sup>12</sup> Pierre-Louis Moreau de Maupertuis nació en el puerto de Saint-Maló (Francia) en 1698. Tuvo una niñez y juventud acomodada. En el colegio de la Marche de París estudió filosofía y geometría. También aprendió equitación y esgrima. En 1718 ingresó en el ejército como teniente de mosqueteros, para dimitir cinco años después. Gracias a ciertas recomendaciones, ingresó como miembro adjunto de la *Académie des Sciences*, a pesar de no haber realizado hasta entonces ninguna investigación científica. En 1728 viajó a Inglaterra, y en 1729 ya era conocido por algunos trabajos de geometría. Posteriormente se trasladó a Basilea donde conoció a König y recibió lecciones de Johann Bernoulli, con quien contrajo una muy estrecha amistad. A su regreso a París en 1731 fue elegido miembro pensionado de la *Académie des Sciences*. Con un espíritu universalista publicó varios trabajos matemáticos en las Memorias de la *Académie des Sciences* y media docena de libros sobre geografía, astronomía y cosmología. En sus estudios sobre las especies biológicas anticipó el concepto de mutación. Defensor de la teoría newtoniana de la gravitación, entabló largas polémicas con los partidarios de la mecánica cartesiana (Cassini, Fontenelle, Mairan). Fruto de esta polémica, en 1736 fue comisionado para dirigir una expedición a Laponia cuyo objetivo era medir la longitud de un grado terrestre a lo largo del meridiano. Esta medición, junto con otra de una expedición a Perú, verificó la suposición hecha por Newton de que la Tierra estaba achatada en los polos. Maupertuis volvió triunfante a París, pero las polémicas no se acallaron. Cassini dirigió a Maupertuis un folleto satírico titulado *Lettre á un Anglais*. A pesar

y refracción de la luz. Las dos primeras no planteaban ninguna dificultad, mientras que la tercera representaba un desafío que nadie había logrado vencer hasta ese momento. En su opinión, el primer paso en la dirección correcta lo había dado Fermat al ser “el primero en darse cuenta del error de la explicación de Descartes [... buscando] la explicación de estos fenómenos en un principio que era diferente y puramente metafísico. Este principio fue que la Naturaleza, en la producción de sus efectos, actúa siempre de la manera más simple. Por lo tanto Fermat creía que, en todas las circunstancias, la luz sigue al mismo tiempo el camino más corto en el tiempo más corto”. Sin embargo, debe destacarse que si bien Maupertuis era un ferviente defensor de la física newtoniana, lo cual lo condujo a soportar largas polémicas con sus compatriotas partidarios de la mecánica cartesiana, en este punto particular creía que Descartes tenía razón al sostener que la luz se mueve más rápido en los medio más densos, y que por lo tanto Fermat se equivocaba al “creer que la luz se mueve más fácil y rápidamente en el medio más enrarecido que en aquellos donde hay más cantidad de materia”. En su opinión, esta conclusión hacía que “toda la estructura construida por Fermat se destruya”

Vemos que para Maupertuis hay ciertas importantes similitudes entre la propagación de la luz y el movimiento de una partícula. Además, el principio de Fermat es, en su opinión, incompatible con la ley de refracción, puesto que le llevó a postular que la luz se mueve más lentamente en el medio más denso.

---

de estas escaramuzas, el éxito de la expedición a Laponia le ganó el favor de Federico el Grande, quien lo llamó a Berlín, nombrándolo miembro de la Academia de Ciencias de Berlín en 1741.

Maupertuis entonces planteó la posibilidad de encontrar una variante correcta de este principio que, ahora sí, fuese aplicable a la óptica y a la mecánica. En la formulación de Maupertuis, este principio, que él llamó *principe de la moindre quantité d'action*, indica que un rayo de luz “elige aquel camino que tiene una ventaja muy real, el camino que toma es aquel para el cual la cantidad de acción es menor”. Presentó este resultado en un artículo leído ante la *Académie des Sciences* el 15 de Abril de 1744 con el título *Sobre la concordancia de diferentes leyes de la naturaleza que hasta ahora habían parecido incompatibles*. Allí precisaba el concepto cantidad de acción al explicar que “se necesita cierta acción para llevar un cuerpo de un punto a otro. Esta acción depende de la velocidad que tiene el cuerpo y la distancia que viaja, pero no es ni la velocidad ni la distancia tomadas separadamente. La cantidad de acción es mayor cuando lo es la velocidad y cuando el camino que recorre es mayor. Es proporcional a la suma de las distancias, cada una multiplicada por la velocidad que el cuerpo recorre”. Y en una nota al pie agregaba que “como sólo hay un cuerpo, despreciamos la masa”. Opinaba que “la cantidad de acción es el verdadero depósito de la Naturaleza, y que esta intenta economizar tanto como sea posible en el movimiento de la luz”. Acto seguido, pasaba a demostrar matemáticamente que su principio de mínima acción conduce a la ley de refracción, donde “el seno de la incidencia, o el seno de la refracción, están en proporción inversa a la velocidad que la luz tiene en cada medio”.

Aparentemente Maupertuis lograba resolver los dos puntos en cuestión.

Por un lado su ley era compatible con el principio de Fermat, ya que “esta cantidad de acción que la Naturaleza economiza en el movimiento de la luz al atravesar distintos medios, también la ahorra en la reflexión y la propagación lineal. En ambas circunstancias, la menor acción se reduce al camino más corto y el tiempo menor. Y esta es la consecuencia que Fermat tomó como un principio”. Por otra parte, su principio de mínima acción era aplicable al movimiento de los cuerpos. En un artículo publicado por la Academia Real de Berlín en 1747, llamado *Sobre las leyes de movimiento y reposo*, Maupertuis demostró la potencia de su nueva ley, aplicándola a un problema de mecánica, el estudio del impacto de dos cuerpos. Así, el principio de mínima acción de Maupertuis lograba una aparente *unificación*<sup>13</sup> de la óptica y la mecánica. Sin embargo, en la actualidad sabemos que esta supuesta unificación se basaba en una confusión. El principio de mínima acción de Maupertuis lleva a una ley de Snell donde la luz debe moverse más rápido en el medio más denso. Pero si esto es válido, el principio de Fermat debe ser incorrecto, ya que la ley de Snell que se obtiene a partir de él implica, por el contrario, que la luz se mueve más lentamente en el medio más denso<sup>14</sup>. Al negar el resultado de Fermat y apoyarse en la noción cartesiana de que luz se mueve más rápido en el medio más denso, Maupertuis pudo unificar la óptica y la mecánica. Pero posteriormente se demostró que el concepto cartesiano estaba

---

<sup>13</sup> Michael Friedman (*Explanation and Scientific Understanding*, Journal of Philosophy 71, 5 (1974)) señala que nuestra comprensión del universo aumenta a medida que se reduce el número de suposiciones aceptadas independientemente. En esta concepción global de la explicación, su valor radica en incluir los fenómenos naturales en un esquema más amplio.

<sup>14</sup> Analicemos esta diferencia esencial en el caso particular de una única partícula en movimiento. La acción es proporcional a la integral espacial de su velocidad a lo largo de la trayectoria. Por el contrario, el principio de Fermat se basa en el tiempo empleado, es decir en la integral de la "inversa" de la velocidad. Es cierto que ambos funcionales guardan una notable analogía. Pero también es cierto que son esencialmente diferentes.



equivocado y que la unificación de ambas ramas no era tan inmediata<sup>15</sup>. Pasaría más de un siglo antes de que este error fuese advertido y subsanado. Pero por ahora, con su supuesta extensión de una ley *alla Fermat* de la óptica a la mecánica, Maupertuis conseguía un principio que realmente funcionaba, y que podría oponer exitosamente a las ideas de Descartes sobre conservación de la *cantidad de movimiento* y de Leibniz sobre conservación de la *fuerza viva*<sup>16</sup>.

En 1745 Maupertuis había regresado a Berlín, ahora como presidente de la Academia de Ciencias. En 1751, el matemático Samuel König publicó en el *Acta* de Leipzig parte una supuesta carta de Leibniz a Herman de 1707, conteniendo el siguiente pasaje: “La fuerza es entonces como el producto de la masa y el cuadrado de la velocidad, y el tiempo no juega ningún papel, tal como la demostración que usted usa muestra claramente. Pero la acción no es de ninguna manera lo que usted piensa. Ahí la consideración del tiempo entra como el

---

<sup>15</sup> La analogía entre la óptica y la mecánica requiere definir el índice de refracción de un medio como el cociente entre las velocidades de la luz en el vacío y en el medio. De esta manera el principio de Fermat tiene la misma estructura que el principio de mínima acción, siempre que asociemos la velocidad de la partícula con el índice de refracción de la luz. De hecho las variaciones del índice de refracción de la luz en un medio no homogéneo son análogas a las variaciones de energía potencial para el movimiento de una partícula. Es decir que a un incremento del índice de refracción le corresponde un incremento de la energía potencial.

<sup>16</sup> En los albores de la mecánica, Galileo llamaba *fuerza* de un cuerpo móvil al producto de la masa por la velocidad. Inclusive llegó a llamarlo *energía*. Descartes lo llamaba *cantidad de movimiento*, y afirmaba que la suma de las cantidades de movimiento en todo el universo es constante. También Newton utilizó el nombre de cantidad de movimiento, que se ha mantenido hasta nuestros días. En contra de Descartes, Leibniz (1695) consideró que la masa por el cuadrado de la velocidad, que el llamó *fuerza viva* ó “*res viva*”, y no la cantidad de movimiento, era la verdadera medida de la fuerza de un cuerpo en movimiento. Leibniz atacó duramente a Descartes en un pequeño escrito aparecido en *Acta eruditorum* con el título de *Breve demostración de un notable error de Descartes y otros, respecto de la ley natural según la cual, como ellos creen, el Creador trata de conservar siempre la cantidad de movimiento en la naturaleza, pero mediante la cual toda la ciencia de la mecánica se invalida*. Hoy sabemos que tanto Descartes como Leibniz tenían razón, y que la discusión descansaba sobre múltiples malentendidos. La publicación de los *Principia*, con su oscura presentación, tampoco había ayudado a despejar la confusión. Esta se mantuvo hasta 1743, con la aparición del *Traité de dynamique* de D'Alembert. que tuvo el gran mérito de poner

producto de la masa por la distancia y la velocidad, o el tiempo por la fuerza viva. He señalado que en una variedad de movimientos, usualmente [la acción] es mínima o máxima. De esto pueden deducirse varias proposiciones importantes. Puede usarse para determinar la curva que describen los cuerpos que están unidos a uno o varios centros. Deseaba tratar estas cosas en la segunda parte de mi *Dinámica*, pero las suprimí, pues la recepción hostil que despertaron me disgustó”. Este artículo de König representaba una severa acusación de plagio, lo cual llevaría a una muy amarga disputa que involucraría no sólo a Maupertuis y König, sino también a personalidades tales como Leonhard Euler, Voltaire y el mismo emperador Federico el Grande (ver apéndice C). Pero además señalaba una aparente falla de la teoría de Maupertuis, en tanto que la acción no necesariamente era mínima, como este postulaba, sino que también podía ser máxima en algunos casos. El mismo Voltaire advirtió este punto claramente y en un panfleto llamado *Decisión de los profesores del Colegio de la Sabiduría*, señaló que “la afirmación de que el producto de la distancia y la velocidad es siempre un mínimo nos parece falsa, pues a veces este producto es máximo, tal como creía y nos mostró Leibniz”. Esta última objeción de König y Voltaire era central a la teoría de Maupertuis, pero al principio le prestó poca atención, enfrascado como estaba en –al decir de Euler- “la doble obligación de probar que el principio de mínima acción es verdadero, y que no pertenece a Leibniz”.

---

orden en esa gran confusión que reinaba en la mecánica.

Max Karl Ernst Ludwig Planck:

El Domingo 7 Octubre de 1900, un físico experimental de la Universidad de Berlín, Heinrich Leopold Rubens (1865-1922) y su esposa estaban visitando a un colega teórico, Max Planck<sup>17</sup> (1858-1947). Durante la reunión, Rubens le mencionó que para las frecuencias más pequeñas que él podía lograr, la ley recientemente propuesta por el Señor Rayleigh parecía ser válida. Para Planck, un firme creyente en la ley de Wien, sobre la que había trabajado durante seis años, esta era una noticia desconcertante y desalentadora. Después que Rubens y su esposa se fueron, Planck se puso a trabajar y usando una fórmula ad-hoc para la “entropía” encontró una nueva ecuación que parecía interpolar entre las de Rayleigh a bajas frecuencias y la de Wien a altas frecuencias. El estudiante de Planck, Gerhard Hettner, recordaría años después que esa misma tarde Planck le envió a Rubens una postal con la nueva fórmula. Dos días después Rubens fue a verlo a Planck con la noticia de que su ecuación ajustaba los datos experimentales perfectamente. Planck presentó estos resultados el 14 de Diciembre de 1900 en una reunión de la Sociedad Física Alemana en Berlín. Los argumentos eran convincentes, pero vagos y confusos. Wien presentó tres objeciones a la teoría de Planck.

1. En primer lugar criticaba una hipótesis de Planck, denominada de *radiación*

---

<sup>17</sup> Max Karl Ernst Ludwig Planck nació en Kiel, Alemania, el 23 de Abril de 1858. Estudió física y matemáticas en Munich y Berlín. Perdió a su hijo mayor durante la Primera Guerra Mundial, y su otro hijo fue ejecutado al ser declarado cómplice en un intento para asesinar a Hitler en 1945. Max Planck falleció en Göttingen en 1947.

*natural*, y su relación con el concepto de irreversibilidad. Pero no había nada de novedoso en esto. Sólo se trataba, aunque en un nuevo contexto, de la vieja discusión sobre el concepto de caos molecular de Boltzmann.

2. Además estaba el tema de que si bien se suponía que todos los “resonadores” del modelo de Planck eran independientes entre sí, aparentemente no era posible reducir la deducción al caso de un solo resonador<sup>18</sup>.
  
3. Por último afirmaba una idea de Rayleigh, según la cual debía haber una diferencia esencial entre la radiación de cuerpo negro a bajas frecuencias donde era bien descrita por la ley de Rayleigh, y a altas frecuencias donde la ley de Wien era válida. En otros términos, si la frecuencia era baja, es decir si la longitud de onda era larga, se podía considerar que la materia era continua. En caso contrario, entraría en juego la estructura atómica de la materia. La teoría de Planck, que se basaba en una hipótesis molecular, sería válida en este último caso, pero no en el primero.

Para Planck, las dos primeras objeciones eran muy razonables, y su teoría debía mejorarse para tenerlas en cuenta. De hecho durante los siguientes años Planck iba a trabajar arduamente para superarlas, y en 1906 presentaría una formulación completa de su teoría en sus “Cursos sobre la Teoría de la Radiación de Calor” que, a su parecer, permitía evitar esos inconvenientes. Pero la última

---

<sup>18</sup> El resonador era un concepto teórico del modelo de Planck, sin correlato directo con el material de las paredes de la cavidad o la radiación electromagnética contenida en ella.

objeción de Wien iba muy en contra de las ideas de Planck, para quien la radiación de cuerpo negro debía poder explicarse con una única teoría. Por el contrario, él imaginaba que uno debía buscar relaciones y conexiones entre distintos fenómenos, más que separarlos. Y si las nuevas mediciones confirmaban la ley de Rayleigh, entonces debía haber una explicación común para los resultados de altas y bajas frecuencias, que justamente era provista por su ecuación.

### Fase regresiva

Ambos problemas eran muy marginales, y pocos le prestaron atención. En 1751 Maupertuis estaba completamente absorbido por su pelea con König y Voltaire, y no añadió nada nuevo al problema de la condición de máximo. No sólo no aclaró cómo se podía llegar a justificar tal condición en términos de la supuesta economía de los fenómenos naturales, si no que ni siquiera analizó si su principio de mínima acción realmente necesitaba de ella. Sólo Leonhard Euler<sup>19</sup> pareció

---

<sup>19</sup> Leonhard Euler nació en Basilea en 1707. Hijo de un pastor calvinista, fue obligado a estudiar teología. Pero sus amigos Daniel y Nikolaus II Bernoulli lograron convencer a su padre de que estaba convirtiéndose al más brillante de los matemáticos en el más mediocre de los teólogos. Euler comenzó su carrera trabajando en San Petersburgo. Luego pasó a Berlín invitado por Federico el Grande. En 1735 la *Académie des Sciences* de París ofreció un premio a quien resolviera un problema astronómico. Euler se obsesionó con el tema y trabajó sin parar durante tres días hasta resolverlo. Pero las pobres condiciones de iluminación de la época y la tensión hicieron que Euler perdiera la vista de un ojo. Cuando años más tarde, cedió la presidencia de la Academia de Berlín a Lagrange, Federico el Grande observó que había reemplazado *un matemático medio ciego por uno con dos ojos, lo cual será del agrado de los miembros anatomistas de la Academia*. Euler regresó a Rusia, donde Catalina la Grande recibió a su *Cíclope matemático*. Cuarenta años más tarde, un acceso de cataratas en su ojo sano, dejó a Euler completamente ciego. Aún así, y con ayuda de su hijo Albert, Euler alcanzó la etapa más productiva de su carrera. Fue durante este período que realizó el cálculo completo de la trayectoria lunar. Siguió trabajando incansablemente hasta su muerte en 1783. Según las palabras del matemático y filósofo Marqués de Condorcet: *Euler cesó de vivir y calcular*.

interesado en el tema. Ya en 1744, es decir en el mismo año cuando Maupertuis presentó a la *Académie des Sciences* su artículo *Sobre la concordancia de diferentes leyes...*, Euler había publicado un trabajo llamado *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*. El apéndice II llevaba un título significativo: *De motu projectorum in medio non resistente per methodum maximorum ac minimorum determinando*. En él, desarrollaba la siguiente idea<sup>20</sup>: “Puesto que todos los efectos de la Naturaleza obedecen leyes de máximo y mínimo, no puede negarse que las curvas descritas por proyectiles bajo la influencia de ciertas fuerzas satisfarán las mismas propiedades de máximo y mínimo. Parece menos fácil de definir, a priori, lo que esta propiedad es, usando principios metafísicos. Pero, puesto que con la necesaria aplicación es posible determinar estas curvas por el método directo, es posible decidir cual es un máximo y cuál un mínimo”.

Ciento cincuenta años después, y en referencia al problema de cuerpo negro, Rayleigh apoyaba la explicación de Wien, pero otros, y muy especialmente Max Planck, no la compartían. Cinco años después, James Jeans desarrolló la teoría de Rayleigh cuidadosamente, llegando –como debía ser- a la ecuación de Rayleigh, que hoy se llama de Rayleigh-Jeans. Esto no era muy novedoso, pero si la discusión que acompañaba esta derivación. El decía, en línea con el

---

<sup>20</sup> No fue esta la principal contribución de Euler al tema. Entre los muchos problemas que estudió, se destaca su sistematización del cálculo variacional desarrollado por los hermanos Bernoulli, dando un método general para el tratamiento de estos problemas, aunque apoyado en consideraciones geométricas (*Problematis isoperimetrici solutio generalis*, Com. Acad. Petr. IV (1738)). Finalmente Lagrange lograría traducir este método a una forma analítica, publicando sus resultados en 1762.

pensamiento de Wien, que en una cavidad los modos de baja frecuencia alcanzan el equilibrio con el medio rápidamente, y se les puede aplicar la ley de equipartición, dando lugar a la teoría de Rayleigh, pero no a los modos de alta frecuencia. Esta era, en realidad, una idea desarrollada por Boltzmann en 1895.

Claramente, ambas controversias se habían estancado. Sus pocos actores, principalmente König, Maupertuis y Euler a mediados del siglo XVIII, y Planck, Wien, Rayleigh y Jeans un siglo y medio después, mantenían sus posiciones invariables, llevando así la controversia a una fase regresiva.

### **Primeros pasos hacia una transformación por sustitución**

Ambas controversias fueron gradualmente sustituidas por otras de mayor profundidad, cuyos focos habían sido planteados durante la fase inicial, aunque habían pasado hasta cierto punto inadvertidos.

#### El apologista de Descartes:

Claude Clerselier, nació en 1614, hijo de un secretario y consejero del rey. Fue *avocat* en el Parlamento de París y apoderado de Pierre Chanut, tesorero general de Auvergne, quien había sido enviado a Suecia como representante del rey. Su fama se debe únicamente a su inquebrantable e ilimitada devoción por Descartes. El mismo Descartes dijo de él que había sido *su traductor, su*

*apologista y su mediador*. Fue responsable de la primera edición de la traducción francesa de las *Meditaciones* (1647). Tradujo las *Objeciones* y las *Respuestas*. En 1659 editó en el mismo volumen *L'homme* y el *Traité de la formation du foetus*<sup>21</sup>.

En una carta escrita a Fermat el 6 de Mayo de 1662, Claude Clerselier criticaba su trabajo *Synthesis ad refractiones*. Los cálculos de Fermat eran matemáticamente indiscutibles pero, en su opinión, su principio era objetable. En su carta Clerselier declaraba que el principio de tiempo mínimo es “moral y no físico, que no es y no puede ser la causa de ningún efecto de la Naturaleza [...]. ¿El camino más rápido?. Nunca. Porque cuando el rayo ha llegado a un dado punto N, de acuerdo con este principio, le sería indiferente ir a cualquier parte de la circunferencia [con centro en N], puesto que le llevaría el mismo tiempo ir a uno u otro punto [sobre ella]. Y como esta ley del tiempo más corto no le permitirá dirigirse hacia un lugar u otro, hay buenas razones para que siga una línea recta”. Y respecto a la refracción agrega que “sería necesario suponer que el rayo, que la Naturaleza no puede enviar sin una tendencia hacia la línea recta, recuerde que ha salido [...] con la orden de descubrir, en el punto de encuentro entre los dos medios, el camino que debe seguir para arribar [a su destino] en el tiempo más corto. Esto es ciertamente imaginario, y de ninguna manera fundado en la física. Por lo tanto, ¿qué hace que la dirección del rayo cambie al encontrarse con el otro medio, sino aquello que M. Descartes plantea?. Esto es que la misma fuerza que actúa sobre el rayo y lo mueve, al encontrar un arreglo natural diferente

---

<sup>21</sup> En 1667 publicó una segunda edición, a la que agregó *Le monde ou Traité de la lumière*, basado en el manuscrito original. Murió en 1684 a los setenta años de edad.



para recibir su acción [...] hace que la dirección del rayo se conforme a la disposición que tiene en ese instante”. Finalmente Clerselier concluía diciendo que “ese camino que Usted afirma que es el más corto porque es el más rápido, es sólo un camino de error y desconcierto, que la Naturaleza no sigue y no tiene intenciones de seguir”. En una carta llena de ironía<sup>22</sup> escrita el 21 de mayo, Fermat le respondió que sólo había intentado resolver “un problema geométrico, algo puro e *in abstracto*, por medio del cual puede encontrarse el camino de una partícula que viaja entre dos medios distintos y busca lograr que su movimiento sea tan rápido como sea posible”. Por una carta escrita en 1664 a una persona desconocida, sabemos que este estuvo lejos de ser el último combate de la disputa.

La crítica de Clerselier apuntaba a la misma esencia de la supuesta naturaleza teleológica del principio de Fermat. En pocas palabras, las explicaciones teleológicas intentan dar cuenta de un hecho presente en razón de otro futuro. La palabra *telos* (v.g. *fin* u *objetivo*) indica la suposición de que el hecho en consideración es debido a la acción de algún agente que intenta mantener en el futuro una determinada situación o alcanzar algún cierto propósito. Esta es una de las causas que distingue Aristóteles<sup>23</sup>. Así, mientras la causa

---

<sup>22</sup> “Yo siempre les he dicho a M. de la Chambre y a Ud. que no tengo pretensiones y nunca las tendré de estar en relación personal con la Naturaleza. Ella tiene sus maneras oscuras y secretas que nunca he tenido la iniciativa de descubrir. Sólo he ofrecido una pequeña ayuda geométrica en el tema de la refracción, suponiendo que ella la necesita. Pero puesto que Ud., Señor, me asegura que ella puede conducir sus asuntos sin esta ayuda, y que ella está satisfecha con la orden que M. Descartes le ha prescrito, deseosamente cedo mi pretendida conquista de la física”.

<sup>23</sup> Aristóteles distingue cuatro causas de lo que acontece. Consideremos, por ejemplo, un escultor que hace una estatua de Apolo de mármol para adornar un templo. En esta, Aristóteles distingue una causa material (el mármol de que está hecha), una causa formal (la forma de Apolo), una causa eficiente (el escultor que la creó) y una causa final (el objetivo de adornar el templo). Para Aristóteles, esta última es la causa por excelencia, pues explica el *porqué*.

eficiente de un hecho hay que buscarla entre situaciones anteriores, aquí radica en alguna situación futura que se quiere alcanzar. En este sentido, las explicaciones teleológicas parecen constituir una inferencia de los efectos a las causas, o sea que la ocurrencia de ciertos eventos o la existencia de ciertas entidades se explican en términos de ciertos efectos producidos por dichos eventos o entidades<sup>24</sup>.

En su artículo de 1744 Maupertuis concluía diciendo: “Conozco la repugnancia que varios matemáticos tienen por las causas finales cuando se aplican a la física, y que hasta cierto punto yo también comparto. Creo que no son introducidas sin riesgo. El error que han cometido hombres como Fermat y aquellos que le siguieron sólo muestra que, muy a menudo, su uso es peligroso. Puede decirse, sin embargo, que no es el principio el que los ha traicionado, sino la ligereza con la que han aceptado una ley que sólo era una consecuencia de aquel. No puede dudarse que todas las cosas están reguladas por un Ser Supremo quien, cuando imprime a la materia las fuerzas que indican su poder, la destina a efectuar las cosas que su sabiduría señala”. Vemos que en su primer trabajo de 1744 Maupertuis, aunque admite compartir cierta *repugnancia* por las causas finales, no sólo termina aceptándolas, sino que las justifica en base a consideraciones metafísicas, en términos de un principio que reflejaría el poder y la sabiduría del creador. En 1750, en sus *Essai de cosmologie*, decía que

---

<sup>24</sup> Desde la formulación por Fermat del principio de mínimo tiempo y la subsecuente crítica de Clerselier, las explicaciones teleológicas han tenido una larga historia en las ciencias físicas durante la cual han sido y siguen siendo vistas con sospechas por muchos científicos y filósofos. Sin embargo, su uso está muy extendido en biología, sicología y ciencias sociales, donde las explicaciones basadas en antecedentes causales o correlacionales no se suele considerar suficientes, y se buscan otros tipos de explicaciones para alcanzar una mayor comprensión de los

“Descartes imaginó en vano un mundo que podía surgir de la mano del Creador [...]. En vano Leibniz desarrolló el mismo plan en otro principio [...]. Después de tantos grandes hombres que han trabajado en el tema, difícilmente me atrevo a decir que he descubierto el principio sobre el cual se fundan todas las leyes de movimiento; un principio que se aplica igualmente a cuerpos duros y elásticos; de los cuales se sigue el movimiento de todas las sustancias corpóreas [...]. Nuestro principio, más en conformidad con las ideas que deberíamos tener de las cosas, deja el mundo en su necesidad natural del poder de un Creador, y es un resultado necesario del más sabio hacer de ese mismo poder [...]. ¡Qué satisfacción para la mente humana, al contemplar estas leyes tan bellas y tan simples, comprender que estas deben ser las únicas que el Creador y Director de las cosas ha establecido en la materia para realizar todos los fenómenos del mundo visible”.

#### Un acto de desesperación:

Una cosa es imaginar una ecuación y otra muy distinta explicarla. Al recibir el premio Nobel en 1918, Planck definiría su intento de explicar su ecuación como una “acto de desesperación”. En 1931, el mismo diría que “por naturaleza siempre fui apacible y opuesto a cualquier aventura dudosa. Sin embargo, [...] debía encontrar una interpretación teórica de mi ecuación ad-hoc a cualquier precio, por más que alto que este pudiese ser”. Y ciertamente el precio fue muy alto. Para alcanzar una justificación de su ecuación, Planck se puso a

---

fenómenos estudiados. Las explicaciones teleológicas, ya sea en su forma *funcional* o *por propósitos*, constituyen una de estas variantes.

analizar la conexión entre la entropía y la probabilidad, es decir entre un concepto termodinámico y otro estadístico. Años más tarde diría: “Después de algunas semanas del trabajo más extenuante de mi vida, la luz se hizo en la oscuridad, y una nueva e inimaginada perspectiva se abrió ante mí”. Planck estudió en forma detallada el compendio de Boltzmann de 1877. Debe destacarse que este fue un paso notable para alguien que “no sólo era indiferente hacia la teoría atómica de Boltzmann, sino que se oponía a ella”. Pero leyendo el tratado de Boltzmann encontró una expresión que comparó con la entropía de sus cálculos, asimilando la cavidad a un sistema de –lo que él llamó- *resonadores*, que sólo podían absorber y emitir cantidades discretas de energía dadas por  $h\nu$ , donde  $\nu$  es la frecuencia y  $h$  es lo que hoy llamamos *constante de Planck* o *constante de acción*. Planck señaló este punto claramente, al decir que “la energía está compuesta por un número definido de partes iguales” y esto “constituye la parte esencial de todo el cálculo”.

Para muchos la suposición de una energía *cuantización* no parecía ser más que un truco matemático al estilo de los utilizados por Boltzmann para enumerar un continuo y así poder dar una definición estadística de la entropía. De hecho, ni Planck ni ninguno de sus contemporáneos consideró que esta idea fuese algo muy especial. En su opinión y en la de sus contemporáneos sólo había necesitado esta *cuantización* para dar una interpretación estadística adecuada a la entropía de la radiación. Tal como uno de sus estudiantes, de nombre Fritz Reiche, recordaría más tarde, sólo se tenía la impresión de que si uno quiere contar algo, y esa es la idea básica en todo razonamiento estadístico, es necesario subdividirlo en varias

partes, y eso era justo lo que Planck había hecho.

Se tardarían cinco años en advertir que esta suposición no era tan inocua como parecía. De hecho, Paul Ehrenfest, un antiguo discípulo de Boltzmann, afirmó que la teoría de Planck descansaba en dos hipótesis: una era la distribución de energía con igual probabilidad entre todos los resonadores; y la otra era la existencia de un elemento mínimo de energía. La primera provenía de la teoría de Boltzmann, pero la segunda necesitaba una mejor fundamentación. En un segundo trabajo publicado en 1906, Ehrenfest continuó con su análisis, planteando el mismo problema en otros términos, al decir que aplicando las teorías electromagnética y termodinámica uno cae irremediabilmente en la ecuación de Rayleigh, mientras que el modelo de Planck requiere una hipótesis adicional, que en el espacio de las fases la órbita de cada resonador no es arbitraria, sino que sólo pueden ocupar ciertas elipses definidas. Para Planck no había ningún problema con esa hipótesis adicional. Lo importante ahora era dar un significado preciso a esa constante  $h$ . Según diría, “uno debe asignar a  $h$  un significado dentro del Electromagnetismo, pero de que tipo permanece como una pregunta abierta”.

### **Refocalización de la controversia**

Los temas planteados en la sección anterior constituían el germen de un proceso de refocalización de ambas controversias. Es notable que ambos aspectos ya habían sido planteados mucho tiempo antes. En el primer caso, Cleselier había

enunciado un aspecto del problema que por muchos años pasó prácticamente desapercibido. De hecho, cuando décadas más tarde Maupertuis presentó su teoría, las primeras críticas estuvieron relacionadas principalmente con asuntos de preeminencias o defensa de intereses parroquiales. Sin embargo la crítica de Cleselier al principio de Fermat, si bien se inscribía en una fuerte defensa de la interpretación cartesiana de la ley de refracción, presentaba una objeción válida al carácter teleológico de los principios integrales, como contrario a la noción intuitiva de causa y efecto. Por otro lado, esta apelación a causas finales desembocaba en supuesta necesidad cosmológica del principio de mínima acción. Como veremos, superada la primera fase de la controversia, esta se refocalizaría en dichos aspectos anticipados por Cleselier.

En lo que respecta al modelo de Planck de 1900 para la radiación de cuerpo negro, éste había dejado explícitamente abierta la cuestión de cómo debía interpretarse la existencia de un elemento mínimo de energía. Eventualmente se advertiría que esta cuestión implicaba una grave dificultad conceptual, sobre la cual se refocalizaría la controversia en su siguiente etapa.

#### Jean-Le-Rond D'Alembert:

En sus *Essai de cosmologie* de 1750, Maupertuis desarrollaba completamente su principio, combinando su enunciado con meditaciones sobre la acción divina en el mundo. Consideraba que su descubrimiento representaba una

prueba de la vigencia de un plan divino en toda la naturaleza. Actualmente casi todos los físicos, con muy pocas y raras excepciones, admiten que tales interpretaciones de las leyes variacionales son totalmente gratuitas. Sin embargo, tal como vimos, las críticas que recibieron Maupertuis y Fermat de parte de sus contemporáneos no estuvieron relacionadas con el carácter teleológico de los principios ni con su interpretación como pruebas de algún plan divino, sino en relación con asuntos de preeminencias. El principio de Fermat fue atacado por estar en contra de ciertas ideas de Descartes sobre la refracción de la luz. Y aún la aguda crítica de Cleselier muestra este objetivo central. Vemos entonces que la primera fase de la controversia se centró básicamente en este aspecto del problema, y sobre la posible preeminencia de Leibniz en su descubrimiento. Por el contrario, la posibilidad de discutir las leyes físicas en términos de *principios metafísicos* se consideraba un aspecto lícito del problema. En ese sentido, podemos afirmar que formaba parte del *common ground* implícito durante la primera fase de la controversia. Al decir de Leonhard Euler<sup>25</sup>: “Parece menos fácil de definir, a priori, lo que esta propiedad [de máximo y mínimo] es, usando principios metafísicos”. Vemos en esta frase que para Euler, la cuestión es más bien una de verificación *a posteriori* que de deducción *a priori*. Esto lo volvió a afirmar en su *Disertación*. Sin embargo, es claro que nunca condenó la doctrina de las causas finales. Todo lo contrario, en su trabajo dijo que “como la construcción del mundo es la más perfecta y ha sido engendrada por el más sabio creador, nada ocurre en el mundo que no presente alguna propiedad de máximo o de mínimo;

---

<sup>25</sup> Leonhard Euler: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes* (Académie des Sciences, 1744).

por lo tanto no hay duda alguna de que todos los efectos del universo pueden ser deducidos igualmente por el método de los máximos y mínimos; partiendo tanto de sus finalidades como de sus causas eficientes. Y concluyó diciendo que como los cuerpos, debido a sus inercias, resisten todo cambio de estado, obedecerán a las fuerzas que actúan sobre ellos tan poco como les sea posible. Por lo tanto, en el movimiento así generado, el efecto producido por las fuerzas será menor que si los cuerpos fueran movidos de alguna otra manera. Sin embargo, si [este principio] está de acuerdo con la verdad, no dudo que una más sólida metafísica permitirá demostrarlo claramente. Dejo esta tarea a otros, quienes hacen de la metafísica su profesión (quod negotium aliis, qui metaphysicam profitentur, relinquo)”.

Sin embargo, poco tiempo después se iba a producir una transformación por sustitución de la áspera controversia de la primera fase. Un ejemplo de este desarrollo se puede encontrar en el *Discours préliminaire* del *Traité de Dynamique* de 1758 de D'Alembert<sup>26</sup>, donde criticaba abiertamente la

---

<sup>26</sup> La madre de D'Alembert, Mme. Claudine-Alexandrine Guérin, Marquesa de Tencin, fue una de las figuras sociales más prominentes del siglo XVIII francés. Sus salones eran frecuentados por políticos, literatos y artistas, muchos de los cuales fueron sus amantes. En sus últimos años, renunció a su vida galante, y se refugió en las letras, relacionándose, aunque de manera menos íntima, con los principales intelectuales de la época: los escritores Pierre de Marivaux y Jean-François Marmontel y el filósofo Montesquieu (a quien asistió dos veces en la publicación de sus trabajos), entre otros. Escribió varias novelas. Falleció en París el 4 de Diciembre de 1749, a los 68 años de edad. Uno de los romances de Tencin, fue con el caballero Louis Camus Destouches (1668 - 1726), comisario general de la artillería francesa. De esta relación nació un hijo el 17 de Noviembre de 1717, que Tencin abandonó en las escalinatas de la iglesia parisina de Saint-Jean-le-Rond, y que nunca reconoció. Por suerte para el niño, su padre no lo abandonó. Por su influencia, fue admitido en una prestigiosa escuela Jansenista, con el nombre de Jean-Baptiste Dairembert, aunque posteriormente cambió su apellido, posiblemente por razones de eufonía, a D'Alembert; y su nombre a Jean-Le-Rond, por la iglesia donde había sido abandonado. En 1738 recibió el título de abogado. También estudió medicina. Pero posteriormente se volcó a las matemáticas. Aparte de unas pocas lecciones privadas, D'Alembert fue casi completamente autodidacta en esta materia. En



interpretación de las leyes integrales como prueba de un plan divino. Escribió que tales leyes “son verdades necesarias. Un metafísico podría tal vez satisfacerse en probar esto diciendo que la sabiduría del Creador y la simplicidad de sus intenciones nunca hubiesen establecido otras leyes de equilibrio y movimiento que aquellas que siguen de la misma existencia de los cuerpos y de su mutua impenetrabilidad. Pero hemos considerado nuestro deber abstenernos de esta clase de argumentos, pues nos parece que se basan en un principio muy vago. La naturaleza del Ser Supremo está muy bien escondida de nosotros como para que seamos capaces de conocer directamente que es o no es, en conformidad con su sabiduría. Sólo podemos descubrir el efecto de su sabiduría en la observación de las leyes de la naturaleza, puesto que el razonamiento matemático ha hecho que la simplicidad de estas leyes sea evidente para nosotros, y los experimentos nos han mostrado sus aplicaciones y alcances”. Advertimos en estas frases que la crítica de D'Alembert es muy sutil. No critica la idea de que las leyes *del equilibrio y del movimiento* puedan considerarse como una prueba de la sabiduría del Ser Supremo. De hecho, afirma que se puede “descubrir el efecto de su sabiduría en la observación de las leyes de la naturaleza”. En este punto su opinión es similar a la sostenida por Euler. Sin embargo, para D'Alembert el camino inverso, es decir el intentar probar las leyes de la naturaleza a partir de la “sabiduría del Creador y la simplicidad de sus intenciones”, está equivocado. Esta crítica la desarrolló más

---

1739 leyó su primer trabajo en la *Académie des Sciences*, donde fue admitido como miembro en 1741. En 1743, a la edad de 26 años, publicó su *Traité de dynamique*, al cual siguieron un gran número de trabajos en física y matemáticas, música, filosofía y política. Llevó una vida social muy activa. Junto con Denis Diderot, fue uno de los principales promotores de la Enciclopedia, de la cual escribió el *Discours préliminaire* en 1751. Murió en uno de los apartamentos del Louvre -al cual tenía derecho como secretario de la Academia Francesa- el 29 de Octubre de 1783.

ampliamente agregando que “estas consideraciones pueden usarse para juzgar el valor de las demostraciones de las leyes de movimiento que han sido dadas por varios filósofos, de acuerdo con el principio de las causas finales; esto es, de acuerdo con las intenciones que el Autor de la Naturaleza pudo haber formulado al establecer estas leyes. Tales demostraciones no pueden tener tanta fuerza como aquellas que están precedidas y soportadas por demostraciones directas, y que son deducidas a partir de principios que se encuentran más dentro de nuestro alcance. De otra manera, suele ocurrir que ellas nos conducen a error. Por seguir este método, y por creer que por la sabiduría del Creador siempre se conserva la misma cantidad de movimiento, Descartes se engañó acerca de sus leyes de impacto<sup>27</sup>. Aquellos que lo imitan corren el mismo riesgo de caer en el engaño; o de dar como principio algo que sólo es verdadero en algunas circunstancias; o finalmente, de confundir algo que es sólo una consecuencia matemática de ciertas fórmulas, con una ley fundamental de la naturaleza”.

Albert Einstein:

En el año 1905 se iba a producir una transformación por sustitución en la aletargada controversia entre Planck y Wien, al instalarse lentamente en la comunidad la convicción de que la vieja discusión estaba agotada y que había que sustituirla por otra que permitiría esclarecer mejor el problema. Este cambio ocurrió de la mano de un tercer actor, Albert Einstein. En su “Annus Mirabilis” de

---

<sup>27</sup> En realidad, el error de Descartes fue considerar que el momento es una cantidad escalar, y no vectorial.

1905, además de sus trabajos sobre movimiento browniano y relatividad, Albert Einstein publicó un artículo en *Annalen der Physik* referido a la naturaleza de la radiación<sup>28</sup>. En él presentaba la siguiente hipótesis:

*“Cuando un rayo de luz se propaga a partir de un punto, la energía no se distribuye continuamente en un volumen creciente, sino que consiste en un cierto número de cuantos de energía, localizados espacialmente, que se mueven sin dividirse y que pueden ser absorbidos o emitidos como un todo”.*

En su momento, Einstein no advirtió que sus conclusiones eran similares a las de Planck: De hecho, donde Planck había escrito “ $E = n h \nu$ ”, Einstein escribió “ $n = N_0 E / R \beta \nu$ ”, donde  $N_0$  es el número de Avogadro,  $R$  es la constante universal de los gases, y  $\beta$  era la misma constante que aparecía en la ecuación de Wien. Más tarde Einstein diría que en ese momento le parecía que “la teoría de Planck constituía en varios aspectos la contracara de su propio trabajo”. Einstein creía que Planck había usado una hipótesis extra en su deducción, pues en caso contrario hubiese llegado a la ecuación de Rayleigh. Eso era cierto, y justamente se trataba de la hipótesis de cuantización, pero ninguno de ambos futuros contendientes lo entendía así todavía. De hecho, parecían teorías opuestas.

---

<sup>28</sup> La interpretación del efecto fotoeléctrico de Albert Einstein (1879 - 1955) contradecía una teoría previa de Philipp Lenard. Einstein obtuvo el premio Nobel en 1921 “especialmente por su descubrimiento de la ley del efecto fotoeléctrico”. Aún cuando ya había recibido su propio premio Nobel en 1905 por sus trabajos sobre rayos catódicos, Lenard nunca lo perdonó a Einstein por asociar su nombre a la ley del efecto fotoeléctrico. Debe recordarse que años más tarde, Lenard sería un miembro activo y prominente del Partido Nacional Socialista, siendo nombrado “Director

Planck había llegado a su resultado sin apartarse de la teoría de Maxwell, mientras que Einstein, más en sintonía con Wien y Rayleigh, había armado una teoría que mostraba que a altas frecuencias la radiación tenía estructura.

En Marzo de 1906 Einstein envió un nuevo artículo a *Annalen der Physik*, donde –ahora sí- advertía los dos puntos esenciales de la derivación de Planck, en consonancia con los argumentos establecidos independientemente por Ehrenfest. Pero iba un paso más allá, al afirmar que “Si la energía de un resonador sólo puede cambiar de a saltos, entonces la teoría electromagnética usual no puede usarse para el cálculo de su energía media, ya que ella no admite ningún valor distintivo para la energía del resonador”. ¡Qué frase!... Einstein atacaba el *common ground* del campo controversial. Su teoría de los cuantos de luz no calzaba en la teoría de Maxwell. En sus propias palabras, esta era una hipótesis revolucionaria, ya que contradecía los fundamentos del electromagnetismo. La pregunta ahora era si la ley de Planck necesitaba o no para su deducción de la hipótesis del cuanto de luz de Einstein. Y esto no era poca cosa, pues de ser así los resultados sobre radiación de cuerpo negro iban en contra de la teoría electromagnética de Maxwell, que hasta entonces había representado el *common ground* implícito de la discusión. Einstein era consciente de este hecho, y de su propio papel en la transformación de la controversia. Pero en ese momento, Einstein –empleado en la oficina de patentes de Berna- era prácticamente desconocido en el mundo académico. Durante varios años, salvo Planck, nadie le

---

de la física aria”.

prestó atención a su revolucionaria idea. Tanto es así que el 6 de Junio de 1908, en una carta dirigida a Wien, la más importante autoridad en la Teoría Electromagnética, Hendrik Antoon Lorentz llegaría a la misma conclusión de Einstein, en cuanto que la ecuación de Planck contradecía el electromagnetismo, pero de manera independiente. También Johannes Stark, en 1907, publicó un trabajo titulado “*Cuanto elemental de energía, un modelo de la electricidad positiva y negativa*”, donde redescubría algunos aspectos ya investigados por Einstein dos años antes. Pero Einstein ya empezaba a ser conocido por su teoría especial de la relatividad, y en un trabajo subsiguiente, Stark aclararía esa prioridad. Lo que Einstein, Stark y Lorentz estaban haciendo era romper la normalidad, refocalizando el debate al concentrarlo en el *common ground* implícito hasta ese momento. Además, la refocalización era absolutamente revolucionaria, ya que no se estaba poniendo en debate una porción del *common ground*, sino de manera completa. Entonces, ¿cuál es el nuevo *common ground* del debate a partir de ese momento?. Notablemente, es difícil encontrarlo. Se podría argumentar que al menos al comienzo de esta nueva fase desapareció la controversia como argumentación racional. Sólo había conflicto. Y ningún otro hecho de esta historia lo muestra con más claridad que la primera conferencia Solvay de 1911 (ver Apéndice C).

En 1908, Stark había indicado que la hipótesis del cuanto de luz de Einstein y la ley elemental de Planck debían considerarse como sinónimos, pero más que adherir a las ideas de Einstein, en su opinión la cuantización no estaba en

el éter, sino en los resonadores. Planck estaba de acuerdo con esta opinión. En una carta a Lorentz de Octubre de 1908 le escribía que “Aún no veo ninguna razón para abandonar la suposición de una absoluta continuidad en el éter libre y de todos los procesos que ocurren en él. Por lo tanto, el cuanto de acción es una propiedad del resonador”. Vemos que, si bien se había perdido el *common ground* del electromagnetismo y la mecánica, en esta disputa Einstein y Planck mantenían un mínimo espacio de acuerdo. Ambos aceptaban que en los procesos que ocurrían en un cuerpo negro la energía estaba cuantizada. Pero mientras para uno esa cuantización estaba en el éter, para el otro estaba en el resonador.

### **La segunda fase de la controversia**

Ambas controversias produjeron una fuerte revitalización del tema. De hecho, el carácter progresivo de esta fase es evidente. Tal como veremos, los intentos por resolver la primera controversia condujeron a un muy importante progreso que se dio sobre todo en el ámbito matemático, y que culminaría años más tarde en una resolución completa del problema. La disputa entre Planck y Einstein condujo a un progreso no tanto en lo lógico o matemático, sino más bien en el ámbito conceptual. Ya desde el trabajo de Einstein de 1905, el concepto de cuanto de luz dio lugar al estudio de nuevos hechos que no habían sido formulados previamente, mostrando que el potencial teórico excedía al potencial empírico de la controversia. Se predijeron y exploraron hechos no existentes, como el efecto fotoeléctrico y el efecto Compton. En retrospectiva, el desarrollo de ambas

controversias muestra en que medida son deseables, pues generan un valioso pluralismo orientativo y valorativo, un mercado de ideas, llevando a la gente a esforzarse. El valor de las controversias radica en la misma incertidumbre.

Las críticas de los “racionalistas”:

Las opiniones vertidas por D’Alembert muestran cómo la controversia se estaba refocalizando hacia una severa crítica a las leyes de movimiento de tipo teleológico y a su posible justificación divina. Si bien este aún aceptaba que las leyes de las ciencias físicas pueden pensarse como una prueba de la Sabiduría del Creador, opinaba que esta Sabiduría no debería usarse para la demostración de las leyes, sino que éstas deben estar “precedidas y soportadas por demostraciones directas”, pues en caso contrario “suele ocurrir que ellas nos conducen a error”. Tal como mencionamos, esta crítica guarda cierta similitud con la opinión de Euler, de que los fenómenos naturales pueden comprenderse por su *finalidad*, aunque esta comprensión tiene un carácter *a posteriori*. Todos los fenómenos naturales presentan principios de máximo o mínimo, que son difíciles de determinar por medio de consideraciones metafísicas. Pero en cambio es posible hacerlo sobre la base de tratamientos matemáticos, buscando una expresión tal que, si su variación es nula, proporcione las ecuaciones de la mecánica.

De todas maneras, se debe aclarar que no es D’Alembert el único actor de este proceso, ni siquiera el primero, sino que formaba parte de un movimiento más

amplio constituido por aquellos que, según Maupertuis, “buscan someter la Naturaleza a un régimen puramente material y proscribir las causas finales enteramente”. En sus *Essai de cosmologie* de 1750, Maupertuis se quejaba de que estos “han deseado persuadirme de que debería negar la evidencia de la existencia de Dios, que el Universo presenta por doquier a la vista de los hombres [...]. Pero cuando se conoce que todas las leyes del movimiento están basadas en el principio de *lo mejor*, no puede dudarse que tienen su fundamento en un *Ser omnipotente y omnipresente*, ya sea que les dé a los cuerpos el poder de interactuar unos con otros, o use cualquier otro medio que conocemos aún menos”.

En su trabajo Maupertuis comparó la escuela racionalista con la otra escuela que, por el contrario, “hace un uso continuo de esas causas y descubre la intención del Creador en cada parte de la Naturaleza [...]. De acuerdo con la primera, el Universo puede prescindir de Dios; de acuerdo con la segunda, aún las más pequeñas partes del Universo son demostración de la existencia de Dios”. Maupertuis declaró haber sido “atacado por estas facciones de filosofía [...]. La Razón me defiende de los primeros, y un siglo de iluminación no han permitido a los otros oprimirme”. Con estas palabras Maupertuis se enorgullecía de haber encontrado un justo medio entre ambas actitudes extremas. Sin embargo, una actitud racionalista estaba comenzando a dominar el mundo científico, y en el ya no habría cabida para ese supuesto *justo medio* de Maupertuis.

Tal como veremos, a partir de fines del siglo XVIII, el rechazo a todo tipo



de interpretación de las leyes integrales como explicación teleológica por propósitos sería completo. Aún se rechazarían planteos más moderados como los de Euler ó D'Alembert, que si bien aceptaban que las leyes de las ciencias físicas pueden comprenderse por su finalidad como una prueba de la Sabiduría del Creador, opinaban que esta comprensión tiene un carácter a posteriori y que no debería usarse para la demostración de las leyes. Similarmente se rechazó cualquier tipo de interpretación funcionalista compatible con una hipótesis de autorregulación, en tanto que la trayectoria de un sistema no representa ningún tipo de equilibrio ante perturbaciones externas.

Pero aún despojados de tales interpretaciones, los principios integrales presentaban un incómodo carácter teleológico en tanto que se concentraban en la evolución completa del sistema, exigiendo que este mantenga alguna propiedad con un valor extremo. Las leyes diferenciales, en cambio, son explícitamente no teleológicas, basándose principalmente en las condiciones iniciales del sistema. Por mucho tiempo se consideró que las ecuaciones diferenciales de Newton, o alternativamente el principio –también diferencial- de D'Alembert, constituían las bases teóricas de la mecánica. En este esquema, el principio integral de Maupertuis simplemente no encajaba. Pero entonces, ¿cómo se podía explicar que ese principio *funcionara*, es decir que también pudiese utilizarse para resolver problemas mecánicos?. Más adelante veremos como, pocos años más tarde, se lograría resolver esta cuestión, al demostrarse no sólo que el principio integral de Maupertuis puede deducirse matemáticamente del principio de D'Alembert o,

equivalentemente, de las leyes de Newton, sino también que, recíprocamente, estas leyes se pueden obtener a partir de la anterior. Esta demostración supuso una resolución final de la controversia, hasta el punto que las leyes integrales rápidamente se adoptaron como nuevos principios teóricos.

Antes de cerrar esta sección, es pertinente mencionar otro aspecto relevante del tema. Además de los eventos<sup>29</sup> concretos, otras regularidades o leyes generales también pueden explicarse con el método nomológico - deductivo, demostrando que se pueden deducir a partir de leyes consideradas más globales. Así, por ejemplo, la tercera ley de Kepler para el movimiento orbital puede explicarse en base a la ley de la gravitación universal y las leyes de Newton, aplicadas al caso de un sistema de dos cuerpos aislados de toda interacción externa. Este es un ejemplo de algo que representa uno de los principales objetivos de una teoría, es decir el proveer un conjunto de leyes que expliquen deductivamente el cuerpo de las regularidades y generalizaciones empíricas establecidas dentro de esa rama del conocimiento. Estas leyes pueden ser a su vez deducibles a partir de leyes teóricas más globales. Esto genera una jerarquía explicativa que, obviamente, debe terminar en algún punto, es decir en algunas leyes que quedarán sin explicación. Estas leyes generales globales, para los cuales no se requieren otras leyes explicativas, constituyen los *principios teóricos* de la rama de la ciencia bajo estudio. Por supuesto que esto no quiere decir que esos principios sean inexplicables intrínsecamente y para siempre. En realidad, se

---

<sup>29</sup> Aquí estamos entendiendo un *evento* con el significado que se le da en física, esto es un fenómeno natural de cualquier tipo que ocurre en un dado lugar y en un instante determinado.

adoptan como tales en un dado momento del desarrollo de la Ciencia, con la idea de que podrán encontrar una explicación posterior a partir de otros principios aún más inclusivos. Sin embargo, la interpretación teológica de Maupertuis cierra esta posibilidad. Tal como lo enuncia E. Mach, “cuando decimos que la luz se mueve según el camino que se recorre en el lapso más breve, podemos expresar con esto muchas cosas. Ante todo no sabemos porqué la luz prefiere el recorrido de duración más breve. Pero con la hipótesis de la sabiduría del Creador renunciamos a toda investigación ulterior”<sup>30</sup>.

#### Planck vs. Einstein:

Tanto Einstein como Planck, y otros muchos, especialmente Stark y Sommerfeld, se embarcaron en el diseño de una teoría que ya fuese basándose en la cuantización del éter o de los resonadores, condujese a la fórmula de la radiación. En estos intentos, Einstein corría con desventaja, ya que la hipótesis de los cuantos de luz tenía la gran falla de no poder explicar los fenómenos de interferencia y difracción, que requerían necesariamente de un tratamiento ondulatorio.

El 21 de Setiembre de 1909 Einstein dio una charla en la 81<sup>a</sup> reunión de Científicos Alemanes en Salzburgo. Su título era “Sobre el Desarrollo de nuestros conceptos concernientes a la naturaleza y constitución de la radiación”. En la

---

<sup>30</sup> Ernst Mach: *Desarrollo Histórico - Crítico de la Mecánica* (Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1949).

audiencia se encontraban Born, Epstein, Franck, Hahn, Hopf, von Laue, Lisa Meitner, Mie, Planck, Rubens, Sommerfeld, Stark y Voigt. Allí, Einstein expresó claramente que en su opinión no era ya posible formular una teoría de la radiación que describiera tanto su estructura ondulatoria y su estructura cuántica a partir de la primera. Einstein no disponía de una teoría unificadora, pero sus ideas parecían señalar hacia una inversión de términos, con una teoría cuántica que al mismo tiempo describiera la naturaleza ondulatoria de la radiación. Einstein no tuvo mucho éxito en convencer a la audiencia. Y para colmo el moderador de su charla fue el mismo Planck. Epstein recordaría más tarde que “Planck inmediatamente dijo que lo expuesto por Einstein era muy interesante pero que no concordaba con él. Y la única persona que secundó a Einstein fue Stark”. Planck abrió la sección de discusión con una extensa exposición acerca de la necesidad o no del concepto de cuanto de luz. Claramente la postura de Einstein no tenía en cuenta que la cuantización podía estar en los detalles de la interacción entre la radiación y la materia, mecanismo sobre el cual no se sabía nada. Uno debería primero estudiar ese fenómeno, dejando por ahora los procesos que se desarrollan en el vacío a las ecuaciones de Maxwell.

Después de esta presentación de Einstein, cada uno continuó explorando su propio camino. Por la correspondencia que mantenía con Jakob Laub, sabemos que Einstein comenzó a trabajar en una generalización no lineal de la ecuación de ondas en el vacío. Creía que la clave estaba en que la constante de Planck tenía las mismas unidades que  $e^2/c$ , y que la naturaleza cuantizada de la carga eléctrica

conduciría a la cuantización de la radiación. El 4 de Noviembre de 1910 le escribió a Laub que tenía “grandes esperanzas en resolver el problema cuántico y sin usar el cuanto de luz”. Y agregaba: “estoy muy ansioso por ver como trabaja esta idea, Pero si lo logro, tendremos que abandonar el principio de conservación de energía”. Pero pocos días después le volvió a escribir admitiendo su fracaso: “Nuevamente no he tenido éxito en resolver el problema de la radiación. En ello el diablo me ha jugado una mala pasada”.

Por su parte, Planck expresó su punto de vista en un artículo enviado a publicar en *Annalen der Physik* en Enero de 1910. Según su opinión, había dos opciones extremas. Una, tomada por Jeans, era usar la mecánica y la electrodinámica para derivar la ecuación de la radiación. Pero el resultado no concordaba con la experiencia. La otra era modificar las ecuaciones de la mecánica y la electrodinámica para incluir el cuanto de acción  $h$ . Esta actitud extrema era desarrollada en Alemania por Einstein y Stark. Pero esto no podía ser, ya que, ¿cómo imagina uno un campo electromagnético compuesto de infinitos cuantos de radiación?. Habría que construir un electromagnetismo completamente nuevo, lo cual sería un sacrificio muy grande. Para Planck, el secreto estaba a medio camino, en la forma que la materia interactúa con el campo electromagnético. Planck continuó trabajando en esta línea, presentando sus primeros resultados en una reunión de la Sociedad Alemana de Física en Berlín el 3 de Febrero de 1911. En este trabajo Planck mostraba que su ecuación podía recuperarse sobre la base de un modelo donde la absorción de la radiación por la

materia fuese continua, y su emisión cuantizada. Y de yapa obtuvo un resultado adicional e inesperado. Aún a temperatura nula, un oscilador debería tener una energía de punto cero, igual a  $h\nu/2$ , que no podría emitir por ser menor que  $h\nu$ . Este “segundo modelo cuántico” de Planck logró rápidamente un cierto apoyo de la comunidad científica. En esa época Einstein, ocupado con la teoría general de la relatividad, prácticamente se retiró de los aspectos fundamentales de la mecánica cuántica. Muchos entendieron que eso era una forma de aceptar el nuevo modelo de Planck. Al año siguiente, Einstein le respondió a Sommerfeld diciendo que no tenía nada nuevo que decir sobre los *cuanta*. Hacia 1914 Planck desarrolló un tercer modelo donde tanto la emisión como la absorción ocurría de una manera continua, y donde la cuantización ocurría sólo a nivel de los osciladores. Planck parecía estar ganando el debate.

### **La resolución de la controversia:**

#### William Rowan Hamilton:

Antes de discutir como se resolvió la controversia sobre el carácter teleológico del principio de mínima acción, debemos realizar una digresión para discutir algunos antecedentes adicionales. Debe tenerse en cuenta que esta resolución no se dio tanto en el plano conceptual, sino en base a un muy importante y laborioso desarrollo matemático en el área de las ecuaciones diferenciales. Después del brillante inicio que significó la publicación de los

*Principia* en 1686, y habiendo contado con científicos de la talla de Wallis, Halley y Hooke, las matemáticas inglesas cayeron en punto muerto. El original de los *Principia* estaba en latín, y en la versión inglesa de su tercera edición de 1725 constaba de 547 páginas. No muchos estaban en posición de entender este largo tratado. Varios matemáticos de renombre, como el joven Abraham deMoivre (1667-1754), admitieron tener serias dificultades. Leibniz y Huygens habían estudiado la primera edición con detenimiento, pero hay que tener en cuenta que junto con Newton eran los mejores matemáticos y físicos de su época. El oscuro tratamiento geométrico era un muy fuerte impedimento que influyó negativamente entre los científicos ingleses<sup>31</sup>. En el continente, en cambio, y gracias a la difusión realizada por los hermanos Bernoulli (ver Apéndice A), el cálculo diferencial de Leibniz condujo a la formalización analítica de la mecánica. De esta manera, los herederos de la nueva doctrina fueron científicos del continente, como los hermanos Jakob y Johann Bernoulli, Leonhard Euler (1707 - 1783), Alexis Claude Clairaut (1713-1765) y Jean Le Rond D'Alembert<sup>32</sup> (1717-1783). Ellos tradujeron

---

<sup>31</sup> El mismo Newton le comentó a su amigo William Derham que deliberadamente había hecho los *Principia* difíciles para evitar ser acosado por pequeños ignorantes en matemáticas. Los verdaderos desarrollos que resultaron de los *Principia* ocurrieron en el continente. Voltaire popularizó la teoría en Francia después de una visita a Inglaterra en 1729. Y de Francia la moda de la doctrina Newtoniana pasó al resto del Europa. Por ejemplo, en Italia, Francesco Algarotti (1712-1764) escribió una "perlita" titulada *Newtonianismo para Damas* (1737) que se hizo muy popular.

<sup>32</sup> Uno de los principales hallazgos realizados por D'Alembert en su *Traité de dynamique* de 1743 es el principio que lleva su nombre, y que permite incorporar las ligaduras que constriñen la evolución de un sistema en la descripción del mismo, sin necesidad de tener un conocimiento preciso de las fuerzas que las producen. Que un sistema esté constreñido por ligaduras indica que hay fuerzas presentes que no conocemos *a priori*. Para soslayar este desconocimiento, D'Alembert formuló la mecánica de modo que estas fuerzas no aparecieran explícitamente. En realidad, la información sobre las fuerzas de ligadura permanece en el hecho de que el desplazamiento elegido es compatible con las ligaduras impuestas al sistema. Esto quiere decir que el desplazamiento no intenta forzar las ligaduras, empujando en contra de los vínculos que constriñen al sistema. Este tipo particular de variación instantánea de la configuración de un sistema como resultado de cualquier cambio arbitrario de sus coordenadas, compatible con las ligaduras impuestas, se denomina *desplazamiento virtual*. El nombre de virtual distingue este desplazamiento de cualquier

los *Principia* a la forma analítica usando la notación de Leibniz. Así los hicieron accesibles a un círculo más amplio de lectores que en su original ropaje geométrico y permitieron, de esta manera, su aplicación a sistemas distintos y más complejos. La gran síntesis de todos estos trabajos fue realizada por Joseph-Louis Lagrange<sup>33</sup>. En 1788 Lagrange publicó en París su obra cumbre, la *Mécanique Analytique*, donde daba forma definitiva a esta ciencia. Su presentación típicamente analítica está muy alejada de la forma geométrica utilizada por Newton un siglo antes. El mismo Lagrange estaba muy orgulloso de la abstracción y generalidad de su método. En el prefacio de su libro se jactaba de

---

desplazamiento real que se produzca en el sistema en un intervalo de tiempo dado durante el cual pueden haber variado las fuerzas y las ligaduras. Que no varíe el tiempo es muy importante, ya que en caso contrario las fuerzas de ligadura podrían realizar un trabajo (virtual) no nulo. Esto ocurriría, por ejemplo, con una cuenta obligada a moverse por un alambre móvil. Si se mantiene fijo el tiempo, un desplazamiento virtual de la cuenta es necesariamente perpendicular a las fuerzas de reacción que, por lo tanto, no realizan trabajo. Si el desplazamiento es en el tiempo, puede tener una componente transversal que, ahora sí, conduciría a un trabajo no nulo de la fuerza de ligadura.

<sup>33</sup> Joseph-Louis Lagrange (1736-1813) nació nueve años después de la muerte de Newton, con el nombre de Giuseppe Luigi Lagrangia. Fue el 25 de Enero de 1736 en Turín, capital del reino de Cerdeña - Piamonte, en el seno de una rica familia francesa venida a menos. De hecho, el padre había llegado a ser tesorero del rey. Años más tarde Lagrange dijo que si hubiera sido rico, probablemente no se hubiese dedicado a las matemáticas. Su interés en las ciencias exactas nació de la lectura de una memoria de Edmond Halley. En 1764 ganó un premio ofrecido por la Academia de Ciencias de París para quien resolviera el problema de la libración de la Luna, es decir esa aparente oscilación de la cara que la Luna presenta a la Tierra. En ese ensayo utilizó por primera vez la ecuación que lleva su nombre. En 1776, con recomendaciones de D'Alembert y Leonhard Euler, Federico el Grande de Prusia lo invitó a ocupar la presidencia dejada por Euler de la Academia de Berlín, diciendo que *el más grande rey de Europa* debía tener en su corte *al más grande matemático de Europa*. Lagrange era una persona muy tranquila, que sólo vivía para la ciencia, poco propenso a participar en las constantes intrigas del palacio. A la muerte de Federico el Grande prefirió aceptar una invitación de Luis XVI para integrarse en su corte. En 1787 se instaló en el Palacio del Louvre con una pensión de 6000 libras, afrancesando su nombre al de Joseph-Louis Lagrange. Al año de su arribo a París publicó su obra cumbre, la *Mécanique Analytique*. Su renombre y don de gentes hizo que fuera tratado con gran respeto por la Revolución que se desató dos años después de su llegada. Si bien durante su vida rehuyó toda disputa, no quiere decir que viviera en una torre de marfil. Durante el Terror se atrevió a criticar severamente la suerte corrida por su colega Antoine-Laurent Lavoisier diciendo que “se requirió sólo un momento para cortar su cabeza, y que probablemente no baste un siglo para producir otra igual”. Por esta crítica, estuvo a punto de ser expulsado de Francia. Participó en el comité que estableció el sistema métrico y en la fundación de la *École Polytechnique*. También fue nombrado director de la Casa de Moneda. Su fama siguió creciendo con los años. Napoleón lo nombró *senateur y comte de l'Empire*. Se casó dos veces. Su segunda mujer era mucho más joven que él, hija del astrónomo Pierre-Charles Le Monnier. Falleció el 10 de Abril de 1813 a los 78 años de



que “uno no puede encontrar ninguna figura en este trabajo”. La mecánica que nos presenta Lagrange representa un salto conceptual muy grande respecto de la formulación Newtoniana<sup>34</sup>. Por ejemplo, se abandona el concepto de *fuerza*, central en el tratamiento dado por Newton, para ser reemplazado por la idea de función *potencial* en el marco de un tratamiento que podríamos llamar *energético*.

El último gran paso en el proceso de desarrollo formal que condujo a la resolución de la controversia fue dado por William Rowan Hamilton<sup>35</sup>, nacido en Dublín, Irlanda, en 1805. Él daría el paso definitivo hacia una formulación variacional de la mecánica y la óptica. Tal como señalamos, aún cuando históricamente los principios variacionales siempre se enunciaron en términos de un funcional que es mínimo sobre la trayectoria real, en muchos casos el funcional puede no ser mínimo, sino máximo. Hamilton se basaría en esta dualidad para atacar la supuesta necesidad cosmológica del principio de mínima acción. En el

---

edad.

<sup>34</sup> Básicamente, la formulación de Lagrange representa una descomposición del principio de D'Alembert en tantas ecuaciones diferenciales en derivadas parciales como grados de libertad tiene el sistema, una ecuación por cada coordenada generalizada. Puesto que la elección de las coordenadas generalizadas de un sistema no es única, tampoco son únicas las ecuaciones de Lagrange. Estas ecuaciones actúan sobre una misma función escalar actualmente llamada *Lagrangiano* que depende de las coordenadas, sus derivadas, y eventualmente el tiempo, y que es igual a la diferencia de las energías cinética y potencial del sistema.

<sup>35</sup> Ya desde muy joven, Hamilton dio muestras de poseer una inteligencia privilegiada. Antes de cumplir tres años, su padre lo envió a la casa de su hermano James, un clérigo y maestro en la escuela de Trim, una pequeña aldea cercana a Dublín, donde permaneció hasta cumplir los 18 años de edad, cuando entró en el Trinity College de Dublín. A poco de llegar a la casa de su tío, ya había aprendido a leer y escribir, y conocía los rudimentos de la aritmética. A los cinco años de edad ya sabía traducir del Latín, el Griego y el Hebreo. A la edad de 12 años había compilado una gramática siríaca, y a los 14 sabía suficiente Persa como para componer un discurso de bienvenida durante la visita del embajador persa a Dublín. Antes de los 16 años ya había leído los *Eléments d'algèbre* de Alexis-Claude Clairaut, los *Principia* de Newton, y los cinco volúmenes del *Traité de mécanique céleste* de Pierre-Simon Laplace, detectando un error en los cálculos de este último. A los 17 años escribió su primer trabajo para la *Royal Irish Academy* sobre óptica geométrica. Al presentar este trabajo, su presidente John Brinkley dijo que “este joven, no digo que será, sino que es el primer matemático de su época”.

famoso artículo *On a general method...* de 1833 que discutimos más adelante, Hamilton señaló que “aún cuando la ley de mínima acción ha alcanzado un puesto entre los más importantes teoremas de la física, sus pretensiones de una necesidad cosmológica, basada en la economía del universo, son hoy generalmente rechazadas. Y tal rechazo parece justo, pues, entre otras razones, la cantidad que se pretende economizar es usualmente despilfarrada con generosidad”. Y terminó agregando que debido a ello no es posible “suponer que la economía de esta cantidad proviene de la idea divina sobre el universo, sino que alguna simplicidad de otro rango más alto debe subyacer en esta idea”.

Vemos que Hamilton ya sostenía una actitud similar a la compartida por la gran mayoría de los físicos en la actualidad<sup>36</sup>. C. Hempel<sup>37</sup> expresaría esta actitud al decir que una de las dificultades con las ideas de agentes externos que gobiernan la evolución de los sistemas físicos “reside en que en sus formas más tradicionales no satisfacen los requisitos científicos mínimos de la prueba empírica. Sin embargo, esta concepción se enuncia en términos esencialmente metafóricos: no se suministra un conjunto verificable de enunciados (a) que especifiquen los tipos de circunstancias en que sobrevendrá el agente que dirige el

---

<sup>36</sup> Sorprendentemente, en su libro *Desarrollo Histórico - Crítico de la Mecánica*, E. Mach rescató la interpretación de Maupertuis, en tanto que si bien “muestra un intento sin esperanza y como un regreso a una etapa anterior de la cultura, no debe por eso repudiarse la sana raíz de donde ha surgido, que no difiere en absoluto de aquella de la verdadera investigación natural, esta es la de forjar una visión unitaria de la naturaleza”. De hecho, otras concepciones de gran utilidad para el desarrollo de la ciencia también nacieron bajo el influjo de ideas teológicas. Tal es el caso, por ejemplo, de la conservación de la cantidad de movimiento que surgió de la proposición de Descartes de que tal invariabilidad era compatible con la inmutabilidad del creador. Posteriormente, esta idea daría origen al concepto de la conservación de la *fuera viva* (v.g. energía) de Leibniz. Pero el fundamento teológico fue desapareciendo gradualmente, y hacia fines del siglo XVIII este proceso se había desarrollado casi completamente.

curso de los acontecimientos, y (b) que indique con precisión qué efectos observables tendrá su acción en un caso así. Como en general no se pueden establecer leyes generales acerca de cómo y cuándo actúa el agente, no puede explicar ningún fenómeno. [...] Este defecto teórico se pone de relieve al contrastar la idea de agente con [por ejemplo] la de un campo magnético generado por una corriente eléctrica, que puede invocarse para explicar la desviación de una aguja magnética. Ambos no se pueden observar de manera directa. Sin embargo, el segundo concepto es gobernado por leyes estrictamente especificables. Su importancia predictiva y retrodictiva confieren poder explicativo al concepto de campo magnético. Las descripciones teleológicas que se refieren a entelequias son, pues, seudoexplicaciones”.

En 1827 Hamilton envió a la Academia un trabajo titulado *Theory of Systems of Rays*, donde utilizaba una generalización del principio de Fermat para transformar la óptica geométrica en una nueva estructura analítica<sup>38</sup>. El genio matemático de Hamilton volvió a brillar en un artículo que publicó en octubre de 1833 en el *Dublin University Review*, con el título de *On a general method of expressing the paths of light, and of the planets, by the coefficients of a characteristic function*. Luego de recapitular los trabajos de Fermat, Maupertuis, Euler y Lagrange, desarrolló la unificación de la óptica y la dinámica sobre la base

---

<sup>37</sup> C. Hempel: *La explicación científica*, Paidós, Buenos Aires, 1979

<sup>38</sup> Como resultado de este trabajo, Hamilton fue nombrado para suceder al propio Brinkley en sus puestos de Profesor de Astronomía del Trinity College y Astrónomo real de Irlanda. El hecho es que Hamilton, de 22 años de edad, aún no se había graduado; así que se vio en la extraña posición de tomar examen a estudiantes avanzados y graduados mucho mayores que él. En 1827 se trasladó al Observatorio Dunsink, a ocho kilómetros de Dublín, donde vivió el resto de su vida. Fue un

de un principio variacional, presentando además las ecuaciones diferenciales canónicas que hoy llevan su nombre. El principio de Hamilton<sup>39</sup> se basa en un sorprendente resultado formal, obtenido por Euler y Lagrange. Esto es que las ecuaciones integrales de los problemas de isoperímetros pueden traducirse a ecuaciones diferenciales en derivadas parciales que son isomorfas con las ecuaciones de Lagrange de la mecánica. Esta propiedad permite reformular la mecánica como si se tratase de un problema de isoperímetros, es decir basándose en una ley variacional similar al principio de mínima acción enunciado por Maupertuis. En la forma dada por Hamilton, este principio dice que “la evolución de un sistema conservativo<sup>40</sup> entre dos instantes dados es tal que la integral curvilínea del Lagrangiano es un extremo respecto de la trayectoria”. Hamilton demostró que este resultado es completamente equivalente a las ecuaciones de Lagrange. El principio integral enunciado por Hamilton es esencialmente distinto a las leyes enunciadas por Maupertuis y, según König, por Leibniz. En el principio de Hamilton la trayectoria real es aquella que anula la variación virtual (v.g. a tiempo constante) de un funcional que está dado por la integral curvilínea del Lagrangiano del sistema. Para Maupertuis, en cambio, la variación, lejos de ser virtual, es arbitraria y sin restricciones, salvo en los puntos inicial y final de la trayectoria, donde la variación neta de las coordenadas debe permanecer nula.

---

pésimo astrónomo. En otro orden de cosas, su amigo el poeta Wordsworth le aconsejó dejar de lado sus inclinaciones literarias. Hamilton murió en 1865, a los 60 años de edad.

<sup>39</sup> No hay un acuerdo preciso sobre la denominación de las distintas cantidades y leyes que estamos discutiendo aquí. Algunos autores (Landau, por ejemplo) prefieren la denominación de *principio de Maupertuis* en lugar de *principio de mínima acción*, reservando este último nombre para lo que aquí llamamos *principio de Hamilton*. Por otra parte, se suele llamar *acción abreviada* a lo que nosotros llamamos acción, y *acción* al funcional del principio de Hamilton, que también recibe el nombre de *función principal de Hamilton*.

<sup>40</sup> conservativo en sentido lato, admitiendo potenciales generalizados dependientes de la velocidad.

Además, el funcional es distinto al empleado por Hamilton. El funcional consistiría en la acción, definida (en la versión de Leibniz transmitida por König), como la integral de la energía cinética<sup>41</sup>. Sin embargo, Hamilton demostró que el principio de mínima acción enunciado por Maupertuis era un caso particular del suyo, y que, a su vez, era válido bajo ciertas restricciones adicionales<sup>42</sup>.

Con este importante resultado Hamilton demostraba que no existe ninguna diferencia de contenido entre las versiones diferencial e integral de las leyes físicas. Por ejemplo, su principio variacional es completamente equivalente al principio de D'Alembert, de naturaleza diferencial. Esta absoluta equivalencia de todas las leyes anteriores resalta la hipótesis de que, al menos en las ciencias físicas, siempre es posible traducir explicaciones con connotaciones teleológicas, como son el principio de mínima acción o el principio de Hamilton, a otras no teleológicas, como las leyes de Newton o las ecuaciones canónicas de Hamilton. Esta equivalencia entre los distintos principios integrales y diferenciales de la mecánica no es casual. De hecho, las ecuaciones diferenciales de la mecánica y de muchas otras áreas de la física se pueden obtener anulando la variación de algún

---

<sup>41</sup> Sin embargo, hay que aclarar que en su formulación original, dos aspectos del principio de mínima acción enunciado por Maupertuis no estaban definidos con precisión: ¿Cuál es el sentido de la palabra *acción*?, y ¿Qué se entiende por *todos los movimientos posibles*?. Con respecto al primer punto, Maupertuis seguía a Descartes en la opinión de considerar al impulso (masa por velocidad) como la cantidad básica de la Mecánica, y por lo tanto tomó su producto por la distancia como elemento de acción. Según König, Leibniz tomó, en cambio, al producto de la fuerza viva por el tiempo como su elemento de acción. Posteriormente se pudo demostrar que ambas definiciones son idénticas para el caso de vínculos esclerónomos, es decir definidos por ecuaciones de ligadura que no incluyen explícitamente al tiempo. Respecto del segundo punto, ni Maupertuis ni Leibniz dieron una definición clara de lo que entendían por movimientos posibles.

<sup>42</sup> En primer lugar, hay una restricción sobre el sistema mismo, ya que los vínculos deben ser *esclerónomos*, es decir definidos por ecuaciones de ligadura que no incluyen explícitamente al tiempo. Además la variación no es absolutamente arbitraria, sino que debe mantener constante la energía total del sistema a lo largo de la trayectoria real y adoptando el mismo valor a lo largo de

funcional. Según expresa E. Mach, “como las leyes físicas generalmente se pueden escribir en términos de expresiones diferenciales y, por otro lado, la anulación de la variación de una expresión integral [...] conduce a expresiones diferenciales, pueden sin duda imaginarse muchas situaciones donde la variación de expresiones integrales proporcione ecuaciones diferenciales de movimiento, sin que por ello esas expresiones integrales “deban” tener un significado “físico” especial. Con todo, no deja de ser notable que una expresión tan “simple” [...] posea esta propiedad”<sup>43</sup>.

Hamilton había resuelto la controversia planteada por el principio de Maupertuis. La respuesta era que, a pesar del carácter *prima facie* distintivo de los principios integrales, en razón principalmente de su carácter aparentemente teleológico, se los puede formular, sin pérdida de su contenido, de modo que adopten la forma de leyes diferenciales, es decir claramente no teleológicas. Y el hecho de que se pueda demostrar la equivalencia de ambos muestra que los principios integrales no tienen un contenido diferente del de toda ley diferencial concebible. En consecuencia, los enunciados corrientes de las leyes físicas son traducibles indistintamente y sin cambio de contenido a formulaciones integrales y diferenciales. Entonces, es ineludible concluir que no es posible distinguir esos enunciados con respecto a *lo que afirman*, aunque sean distinguibles en otros aspectos formales. Sin embargo, el lenguaje teleológico parece indicar que un principio variacional expresa algo más que su versión diferencial equivalente.

---

la trayectoria variada.

<sup>43</sup> Ernst Mach: *Desarrollo Histórico - Crítico de la Mecánica* (Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1949).

Pero este supuesto *significado adicional* de los principios variacionales no es tal, y tan solo se trata de una consecuencia de la *unicidad* de las trayectorias de los sistemas físicos y una inclusión explícita de las condiciones límites del sistema. De esta manera, la diferencia entre ambos tipos de explicaciones parece estar más en el énfasis y la perspectiva de la formulación, que en su contenido explícito<sup>44</sup>. Las leyes variacionales concentran la atención en la evolución completa y la culminación del proceso, en particular en el hecho de que el sistema mantenga alguna propiedad a lo largo de su evolución hasta alcanzar el estado final. Se considera al sistema desde la perspectiva de una cierta totalidad, evidente en el hecho de que se trata de una ley de tipo integral, y con referencia a cierta característica distintiva de esa totalidad. Las leyes diferenciales, en cambio, son explícitamente no teleológicas, dirigiendo la atención a las condiciones en las cuales se inicia el proceso (v.g. condiciones iniciales) y a los factores que pueden influir en su evolución (por ejemplo, vínculos y fuerzas externas aplicadas).

#### El experimento de Compton:

Al principio, las ideas de Einstein sólo eran apoyadas por algunos científicos jóvenes. Y aún cuando su reputación iba creciendo, su idea de los cuantos de luz necesitaba de figuras mejor establecidas para ser aceptada. Además, hay que tener en cuenta que una cosa es aceptar la cuantización de la energía de un átomo, lo

---

<sup>44</sup> Esto se aplica, en particular, a las concepciones teológicas de los principios integrales que claramente no han proporcionado el contenido, sino sólo el tono de su expresión, y surgen sólo de la visión del mundo imperante en ese momento histórico. Según indica E. Mach, “lo mismo podría haber ocurrido con otra concepción dominante, como una concepción mercantil, o animista”.

cual se impondría por obra de Bohr y Sommerfeld en lo teórico y Franck y Hertz en lo experimental a partir de 1914, y otra muy distinta la de cuantizar la luz, que sin duda era un concepto más extraño.

Ya en 1905, Einstein había mostrado la utilidad de ese nuevo concepto, aplicándolo a tres casos particulares: la fluorescencia, la ionización de gases por luz ultravioleta y el efecto fotoeléctrico. La ecuación obtenida por Einstein para este último efecto fue confirmada por Millikan (1868 – 1953) en 1914, aún cuando este dejaba bien en claro en sus publicaciones que no apoyaba la hipótesis de los cuantos de luz. De hecho, todavía en 1916 aseguraba que la hipótesis de los cuantos de luz era “so untenable that Einstein himself no longer holds to it”. Como se ve, se necesitaba más que la confirmación experimental de una ecuación para convencer a la comunidad científica. Algunos, como Jeans en 1911, cambiaron de bando tempranamente, pero fueron los menos. De hecho, con posterioridad al experimento de Millikan y por casi una década no hubo ninguna evidencia adicional que apoyara la hipótesis del cuanto de luz.

La creciente aceptación que fueron ganando las ideas de Einstein hay que buscarla en otro ámbito como, por ejemplo, en su cada vez mayor ascendiente en la comunidad científica y en la súbita popularidad que obtuvo en 1919 con la observación astronómica de Eddington. La “historia oficial” señala que el espaldarazo final para la hipótesis del cuanto de luz llegó con las observaciones de A. H. Compton (1892 - 1962) en 1923. Este mostró que sus datos de dispersión de



rayos X y gamma por átomos no podían explicarse con la teoría ondulatoria, pero si suponiendo que la luz estaba formada por cuantos que no sólo tenían una energía sino también un impulso, y que ambos estaban relacionados con la frecuencia por la ley elemental de Planck. Sin embargo, esta historia no es rigurosamente válida, y la mejor prueba de ello es que este experimento de 1923 fue dos años posterior a la obtención por Einstein del premio Nobel, justamente debido a explicación del efecto fotoeléctrico en base al concepto de cuanto de luz.

En conclusión, el creciente peso científico de Einstein logró resolver la controversia a su favor. A fines de 1911, al volver a Praga después de la conferencia Solvay de Bruselas, Einstein le escribió a Heinrich Zangger en Zurich: “Pude convencer a Planck sobre mis ideas, algo a lo que se había resistido durante tantos años. Es una persona muy honesta que no se preocupa por si mismo”. Este sería un buen epílogo para este trabajo, con Planck aceptando las ideas de Einstein con casi una década de anticipación respecto del resto de sus contemporáneos. Pero no fue así. Planck se mantuvo convencido de la continuidad del campo electromagnético hasta el final. De hecho, pocos días después de la carta que acabamos de mencionar, Einstein le escribió una segunda carta a Zangger diciendo: “Planck es intratable en algunas de sus ideas preconcebidas que además, sin duda, están equivocadas...”

## Conclusiones

En el presente trabajo hemos aplicado el modelo sobre la evolución de las controversias en ciencia y filosofía, elaborado por O. Núdler, a dos desarrollos científicos diferentes en el área de la física, uno referido al uso de principios integrales en óptica y mecánica, y el otro al problema de la radiación del cuerpo negro. Hemos visto que si bien están separadas en el tiempo por casi dos siglos, ambas controversias presentan un gran número de características comunes cuando se las analiza en el marco del modelo propuesto por O. Núdler, mostrando la utilidad y adecuación de dicho modelo al estudio de ambos problemas. En ambos casos se pueden definir terrenos comunes de acuerdo sobre los cuales se desarrollaron las distintas fases de las controversias. Sobre esta base, ambas comenzaron con el desarrollo, por parte de Pierre-Louis Moreau de Maupertuis en 1741 y de Max Karl Ernst Ludwig Planck en 1900, de sendas soluciones a problemas planteados con anterioridad, el primero referido al principio enunciado por Fermat para la óptica, y el segundo a un aparente conflicto entre los modelos propuestos por Rayleigh y Wien para la radiación de cuerpo negro. Las soluciones de Maupertuis y Planck, respectivamente, contenían en germen el inicio de nuevas controversias. Sin embargo, ambos problemas parecían relativamente marginales y entraron rápidamente en una fase regresiva, para ser gradualmente sustituidos por otros de mayor profundidad e interés. En este punto es importante destacar una interesante similitud en el desarrollo de ambas controversias, ya que los

nuevos focos habían sido planteados durante la fase inicial. En el primer caso, la controversia se refocalizaría sobre una objeción al principio de Fermat sostenida por Clerselier años antes de que Maupertuis presentara su teoría. En el segundo tema, el mismo Planck en su trabajo de 1900 había resaltado una grave dificultad de su modelo que constituiría el nuevo foco del debate. A partir de este punto ambas controversias experimentaron una fuerte revitalización con un claro carácter progresivo. La primera llevó a importantes logros en matemáticas, mientras que la segunda condujo a un progreso conceptual, referido a la naturaleza de la luz. La primera controversia fue resuelta por Hamilton, al demostrar la equivalencia de los principios integrales y diferenciales. En la segunda, el consenso se dio de manera gradual a partir del creciente peso científico de Einstein. A pesar de estas similitudes, también hemos encontrado que hay diferencias esenciales entre ambas controversias. La más evidente es que mientras la primera se mantuvo en un terreno *normal*, en el sentido de tener límites muy estrechos y estar situada sobre un *common ground* muy amplio e implícito, la segunda desembocó en una refocalización revolucionaria, abriendo la puerta para el desarrollo de la Teoría Cuántica.

## Apéndice A: Problemas de isoperímetros

El cálculo emprendido por Fermat para demostrar que, en el proceso de refracción, la luz sigue el camino más rápido, constituye una primera versión de lo que llegaría a conocerse como *problemas de isoperímetros*. El estudio de estos problemas ejercería una notable influencia en el desarrollo formal de la óptica y la mecánica, desembocando en la formulación de principios integrales generales en distintas áreas de las ciencias físicas. La mayoría de estos problemas fueron estudiados por los miembros de una misma familia, los Bernoulli.

En la segunda mitad del siglo XVI un tal Jakob Bernoulli debió abandonar Amberes para escapar de las persecuciones religiosas, refugiándose en Francfort. Un descendiente suyo se trasladó a Basilea en el siglo XVII, donde tuvo un hijo llamado Nikolaus Bernoulli (1623-1708) que gozó de cierto prestigio y fortuna como farmacéutico. Tuvo tres hijos, Jakob (1655 - 1705), Nikolaus (1662 - 1716) y Johann (1667 - 1748). El primero y el último fueron grandes matemáticos. El segundo fue pintor. Gracias a él conocemos el aspecto de su hermano Jakob por un retrato que se conserva en el museo de Basilea. Nikolaus tuvo un hijo, también llamado Nikolaus (1687 - 1759), que junto con los tres hijos de Johann, Nikolaus II (1695 - 1726), Daniel (1700 - 1782) y Johann II (1710 - 1790), formaron la segunda generación de matemáticos. De este último nacieron dos hijos, llamados Johann III (1744 - ?) y Jakob II (1759 - 1789), que constituyeron la tercera y

última generación de matemáticos que dio esta familia. Este último se estableció en San Petersburgo donde se casó con una nieta de Euler. Murió de apoplejía a los treinta años, mientras se bañaba en el Neva. Otros Bernoulli famosos fueron los naturalistas Jerónimo (1745 - 1829) y Cristóbal (1782 - 1863), este último hijo de Daniel, y el pintor Nikolaus el joven (1687 - 1759), hijo de Jakob.

Fueron los hermanos Jakob y Johann Bernoulli quienes, a fines del siglo XVII, comenzaron a estudiar los primeros problemas de isoperímetros, utilizando el nuevo cálculo integral de Leibniz. Debe tenerse en cuenta que cuando los hermanos Bernoulli comenzaron a estudiar estos problemas, la primera edición de 1686 de los *Principia* de Newton recién comenzaba a ser conocida en el continente. Sin embargo, ambos hermanos estaban bien compenetrados del cálculo integral de Leibniz. En 1688 se cruzaron por casualidad con el primer tratado sobre el tema publicado por Leibniz en Mayo de 1684 con el título de *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus quae nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*. Jakob logró desentrañar la nueva teoría y se la enseñó a su hermano menor. De hecho, el primer trabajo de Jakob en que utilizó el cálculo integral se refiere a un problema que había sido planteado por el mismo Leibniz y su solución, sin demostrarla, había sido publicada por éste en el *Acta Eruditorum* de Leipzig. Este era el problema de la curva isócrona<sup>45</sup>. Estrictamente hablando, este no es un problema de isoperímetros, pero tiene la particularidad de que allí Jakob planteó por primera

---

<sup>45</sup> La curva isócrona es aquella por la cual una partícula desciende iguales alturas en tiempos iguales.

vez un problema de esas características, el problema de la catenaria, esta es la cuestión acerca de la forma que podría adoptar una cadena suspendida libremente de sus extremos<sup>46</sup>. Jakob ya había discutido este problema con su hermano en una ocasión, mientras charlaban sobre cuestiones matemáticas durante un paseo por Basilea. Rápidamente llegaron a la conclusión de que la cadena adoptaría aquella forma para la cual el centro de gravedad se encuentra lo más bajo posible. Después de la publicación de Jakob, el problema fue resuelto casi simultáneamente por Leibniz, Huyghens y Johann Bernoulli. Este último lo hizo en 1691 en el *Acta Eruditorum*, siendo el primer escrito impreso que se le conoce<sup>47</sup>.

En abril de 1692, Johann publicó en el *Journal des Savants* una nota sobre el problema de la velaria. La curva de la vela ó velaria es la sección recta que adopta una vela rectangular impulsada por el viento. En ese artículo, Johann demostró que esta curva es la misma catenaria hallada por él el año anterior. Dos años más tarde, Johann volvió al ataque resolviendo otro problema propuesto por Jakob, referido a la linterna, es decir la forma que adopta una tela rectangular conteniendo un líquido, cuando se la sostiene por dos aristas en posición horizontal.

---

<sup>46</sup> Es interesante destacar que la curva de extremos fijos que genera una superficie de revolución de área mínima, también es una catenaria.

<sup>47</sup> A diferencia de Jakob, Johann no parecía estar destinado a seguir los pasos de su hermano. No sólo había elegido una carrera distinta, ya que en 1694 Johann había terminado sus estudios de medicina con una tesis sobre contracción muscular, sino que también su padre se oponía a la posibilidad de tener otro matemático más en la familia.

Finalmente, en 1696 Johann se interesó en el problema de la *braquistocrona*, que ya había sido discutido por Galileo. Este problema consistía en encontrar el camino recorrido por una partícula bajo la acción de la gravedad para llegar desde un punto a otro en el mínimo tiempo posible. Para espolear a sus contemporáneos, Jakob había ofrecido una recompensa por su solución. Su hermano Johann se propuso ganar ese premio, logrando una de las demostraciones más hermosas e imaginativas que existen en la física. Observó que un problema similar había sido resuelto por Huygens, aunque no precisamente referido a la caída de los cuerpos, sino a la propagación de la luz en un medio de densidad variable. Entonces se le ocurrió sustituir el movimiento de caída por el de propagación de la luz. Esta es la primera vez que se asimilaba un problema mecánico a un efecto óptico utilizando para ello un principio de mínimo. En el problema óptico imaginado por Johann, los puntos de salida y llegada se encuentran en un medio donde la velocidad de la luz aumenta hacia abajo con la misma ley que la velocidad de caída. Si el medio se compone de estratos horizontales de densidad variable, la velocidad de la luz en un estrato está dada por la ley de Galileo que relaciona la velocidad de caída con la profundidad respecto del punto superior. Según Johann, el camino recorrido por la luz en el mínimo tiempo sería igual al que recorre una partícula en iguales circunstancias a lo largo de una trayectoria braquistocrona. Ahora, puesto que según el principio de Fermat al recorrer su camino de tiempo mínimo la luz verifica la ley de refracción, Johann aplicó dicha ley a cada uno de los estratos, obteniendo

finalmente la ecuación de una cicloide<sup>48</sup>. Casi simultáneamente con Johann, Jakob y de l'Hospital llegaron a la misma solución. Leibniz lo hizo un año mas tarde en 1697.

La publicación del artículo de Johann sobre la braquistocrona ocurrió en medio de una ardua disputa con su hermano Jakob, que persistiría hasta la muerte de este. Las primeras escaramuzas habían comenzado con un artículo publicado por Johann en el *Journal des Savants* en abril de 1692 sobre la forma adoptada por una vela bajo la acción del viento. Allí Johann dio a entender claramente que Jakob había tenido dificultades con este problema en un artículo publicado en el *Acta Eruditorum* un año antes. La realidad era que Jakob sólo había intentado mostrar ciertas propiedades de este problema, y que había escrito a Johann una carta, donde le daba muchos datos que sin duda le fueron de utilidad. Al principio Jakob no respondió a esta ligera ofensa. Sin embargo algo pasó entre ambos hermanos, pues en 1695, cuando Johann partió hacia Groningen, Jakob publicó un trabajo en el *Acta Eruditorum* con varias indirectas mortificantes para su hermano. El encono existente entre ambos fue creciendo. Poco después, cuando Johann publicó en el *Acta* su solución del problema de la braquistocrona, comenzó una larga discusión que se desarrolló en sucesivos artículos que fueron apareciendo en el *Journal des Savants*, donde ambos hermanos atacaban las demostraciones del otro y se proponían problemas de creciente complejidad. Así, en 1698 Jakob

---

<sup>48</sup> La cicloide es la curva descrita por un punto sobre el borde de un círculo que rueda sobre una recta. Notablemente, en 1673 el físico holandés Christiaan Huyghens (1629 - 1695) demostró que un péndulo debe moverse a lo largo de una de estas curvas en lugar de un arco de círculo para ser sincrónico, es decir para que su período sea independiente de la amplitud de la oscilación.



extendió el problema de la braquistocrona a otros casos especiales, por ejemplo hallar la curva que debe seguir un móvil para llegar de un punto a una vertical dada en el menor tiempo posible. Durante este período, Jakob planteó también varios problemas de geodésicas, es decir hallar la curva de menor longitud entre dos puntos sobre una superficie dada. Esta disputa entre ambos hermanos fue sin duda lamentable. Pero sin embargo muestra un punto que se ha intentado resaltar en esta tesis, y es como la discusión puede producir un muy importante progreso en un tema específico. En este caso, la confrontación de la genialidad de uno y la profundidad del otro generó una rápida sucesión de descubrimientos. Además, su carácter progresivo es evidente en la manera en que se exploraron problemas nuevos y de complejidad creciente, diseñando simultáneamente las técnicas necesarias para resolverlos, sentando así las bases de lo que hoy conocemos como cálculo de variaciones.

Para terminar esta sesión podemos mencionar que a la muerte de su hermano Jakob, y luego de haber vivido diez años en Groningen, Holanda. Johann asumió como profesor de matemáticas en Basilea, cargo que ocupó por más de cuarenta años hasta su fallecimiento. Johann fue de una personalidad científica totalmente diferente a la de su hermano. Tenía una imaginación y productividad mucho mayor, pero también un menor espíritu crítico. Mientras Jakob era serio, circunspecto y preciso, y nunca daba un paso en falso en sus demostraciones; Johann era rápido e intuitivo, dotado de una percepción clara y brillante, pero

---

orgullosos y falsos, trataba siempre de restar méritos a los demás para dárselos a sí mismo, en tal grado que llegó a profesar celos, no sólo de su hermano Jakob, sino también de su propio hijo Daniel. Un discípulo suyo, el marqués de l'Hospital, también fue centro de la ira de Johann, insistiendo en que su *Traité des intinments petits* sólo era una transcripción de las lecciones que él le había dado sobre el cálculo de Leibniz. Por la correspondencia entre ambos que se conserva en Estocolmo, hoy sabemos que el origen del encono fueron los elogios que l'Hospital había dedicado a Jakob en su libro. También mantuvo una agria disputa con Taylor, cuando en su *Methodus Incrementorum* aparecido en 1715, éste adoptó el cálculo de variaciones de Jakob. Puede decirse que Leibniz fue el único colega a quien admiró y respetó, defendiéndolo encarnizadamente de los ataques de Newton y los geómetras ingleses sobre la paternidad del cálculo diferencial.

## Apéndice B: Gottfried Wilhelm Leibniz

En retrospectiva, podemos juzgar a Gottfried Wilhelm Leibniz (Leipzig 1646 - Hanover 1716) como uno de los últimos espíritus universales de la civilización occidental. Fue un trabajador infatigable y cosmopolita. Con apenas 20 años, sus trabajos de tesis *De Principio Individui* (Leipzig, 1663) y *De Casibus Perplexis* (Altdorf, 1666) le habían dado cierto prestigio. También hay que mencionar su tratado matemático *De Arte Combinatoria*, donde formuló por primera vez la idea, esencial para el diseño de las computadoras tres siglos después, de que todos los razonamientos, verbales o no, pueden reducirse a una combinación ordenada de elementos, ya sean números, sonidos, colores o palabras. En 1666 rechazó un puesto de profesor en la universidad de Altdorf (Nürnberg) y entró al servicio del príncipe elector, arzobispo de Mainz, Johann Philipp von Schönborn. Estando en una misión en París en 1672, Leibniz se enteró de la muerte del elector de Mainz y de su protector, el político Johann Christian, Freiherr von Boyneburg. En busca de apoyo financiero, Leibniz construyó una máquina de calcular, que presentó a la Royal Society durante un primer viaje a Londres. Más tarde, en 1675, estableció las bases del cálculo diferencial e integral. También es por esta época que, según König, imaginó poder generalizar el principio de Fermat. En 1676, después de un largo período sin trabajo fijo, Leibniz fue empleado por John Frederick, duque de Braunschweig-Lüneberg. En 1680 continuó empleado con su hermano y sucesor, Ernest Augustus I. Durante ese período, Leibniz trabajó en prensas hidráulicas,

molinos, sistemas de iluminación, relojes, mejoras de carruajes, mejoras en la producción de lino, un método para desalinizar el agua y una gran variedad de sistemas mecánicos. También experimentó con el fósforo y trabajó como ingeniero en las minas de las Montañas Harz. Fruto de este trabajo, Leibniz llegó a la conclusión de que la Tierra estuvo en algún momento fundida, estableciendo las bases de la geología moderna. También deben destacarse sus trabajos con fósiles, y sus muy importantes estudios históricos, que comenzaron con un objetivo práctico: demostrar por medio de la genealogía que la casa de Braunschweig tenía su origen en la noble casa italiana de Este, permitiendo a su jefe acceder a un puesto de elector, lo que finalmente consiguió. Esta infinidad de ocupaciones no limitó su trabajo como matemático: en marzo de 1679 estableció el sistema de numeración binaria, y a fines de ese año publicó lo que se considera el primer trabajo de Topología. En 1684 publicó *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus*, donde desarrolla el cálculo integral. En 1686 expuso los principios del cálculo diferencial en *De Geometria recondita*. Desde el punto de vista político, estos no eran tiempos fáciles para Alemania. Por el oeste, Luis XIV había ocupado Estrasburgo y 10 ciudades de Alsacias en 1681; mientras que por el este los Turcos habían puesto sitio a Viena, aunque posteriormente serían rechazados por la victoria del rey de Polonia, Juan III Sobieski, en 1683. Leibniz actuó febrilmente como diplomático durante todo este difícil período, pero sin disminuir su trabajo científico. Creó el famoso *Acta Eruditorum*, donde publicaría la mayor parte de su obra posterior. Gracias a su

esfuerzo, y con el apoyo de la electora Sophia Charlotte, hija de Ernest Augustus, quien pronto sería la primera reina de Prusia (Enero de 1701), fundó la Academia de Ciencias de Berlín en 1700, de la que fue nombrado presidente vitalicio. Ese mismo año, a la muerte de William, duque de Gloucester, George Louis, hijo del fallecido Ernest Augustus y, por lo tanto, nuevo duque de Braunschweig, se transformó en un posible candidato a la corona de Inglaterra. Leibniz trabajó como historiador y diplomático para sustentar estos derechos con tal éxito que, en 1714, George Louis fue ungido rey de Inglaterra con el nombre de George I. Durante esos catorce años, Leibniz había viajado incansablemente. En 1711 fue recibido en la corte de Pedro el Grande, y en 1714 fue nombrado Barón y Consejero del Imperio en Viena. Ese mismo año publicó su *Monadologia* donde sintetizaba las ideas filosóficas planteadas en su obra máxima *Théodicée*, publicada en 1710. Más allá de su labor como matemático y político, Leibniz también puso un gran esfuerzo en el desarrollo de sus ideas filosóficas donde, junto con su *monadología*, debemos destacar su *principio de razón suficiente*. Sus últimos años lo vieron envuelto en la larga controversia sobre la primacía en el invento del cálculo diferencial. Esta disputa comenzó en 1699, cuando Fatio de Duiller afirmó que el inventor del cálculo era Newton. Leibniz acudió al mismo Newton para que éste aclarara el malentendido, pero Newton decidió no contestar. En toda su carrera Leibniz demostró una honradez muy llamativa para la época. Hay que reconocer que él siempre expuso sus resultados con claridad y facilitando las demostraciones, algo que raramente hacía el resto de sus colegas. En 1711, la disputa tomó un nuevo y más virulento impulso cuando Keil acusó a Leibniz de

plagiario. Ante esta acusación Leibniz acudió a la *Royal Society*, presidida por el mismo Newton, que dictó un veredicto desfavorable en 1712. De regreso de sus largos viajes en 1714, fue confinado en arresto domiciliario por George I, con quien la relación nunca había sido buena. El nuevo rey también aprovechó la disputa sobre el cálculo diferencial para prohibirle poner pie de Inglaterra. Aún así realizó otro viaje hasta Bad-Pyrmont para encontrarse con Pedro el Grande en Junio de 1716. Pero a partir de entonces quedó confinado a la cama por un ataque de gota hasta su muerte en noviembre de ese mismo año. La malevolencia de George I logró que ni la corte ni el clero participaran en su entierro. La Academia de Ciencias de Berlín prácticamente ignoró la muerte de su fundador. Sólo la Academia de París, presidida por Fontenelle, pronunció un elogio fúnebre.

## Apéndice C: La disputa entre Maupertuis y König

En 1751, el matemático Samuel König acusó a Maupertuis de plagiarlo, publicando en el *Acta* de Leipzig parte de una supuesta carta de Leibniz a Herman de 1707. Pocos años más tarde, en la edición de 1756 de sus *Œuvres complètes*, Maupertuis dio su versión de los hechos al decir que al profesor König “se le ocurrió insertar en las Memorias de Leipzig un artículo con dos objetivos en vista, algo contradictorios para tan celoso partisano de M. de Leibniz, pero que él pensó que era posible unir [...]. Atacó mi principio tan duramente como le fue posible. Y, para aquellos a los que no pudo convencer de su falsedad, citó un fragmento de una carta de Leibniz de la que se podía inferir que el principio pertenecía a él”. Leonhard Euler defendería a Maupertuis en los mismos términos, afirmando que “el Profesor König nos coloca en la doble obligación de probar que el principio de mínima acción es verdadero, y que no pertenece a Leibniz”.

Emplazado por Maupertuis a presentar la carta, König la refirió a “un hombre cuya cabeza ha sido cortada”<sup>49</sup>. No se encontró ninguna pista de esta carta a pesar de las órdenes dictadas por el Rey a pedido de la *Académie*. La polémica se volvió muy dura. En palabras de Maupertuis, “ya no era un asunto de la razón. M. König y sus partidarios sólo replicaron con abusos. Finalmente recurrieron a la calumnia”. Maupertuis puso en la disputa todo el peso que le daba ser presidente

---

<sup>49</sup> Se refería a Henzi, de Berna.

de la Academia de Berlín. König devolvió su diploma a la Academia y publicó un *Llamado al público*. En 1753 reforzó su opinión con una *Defensa del llamado al público* que dirigió a Maupertuis, afirmando que la prioridad del principio de mínima acción no sólo correspondía a Leibniz, sino también a Malebranche, Wolf, Gravesande y Engelhardt.

Leonhard Euler, quien había sido señalado como otro posible autor del principio de Maupertuis, salió en defensa de este, quien por su parte nunca había negado tal prioridad. Con tal objetivo, escribió un artículo en latín y francés publicado en Berlín en 1753 con el título de *Disertación sobre el principio de mínima acción, con un análisis de las objeciones realizadas por el Profesor König*. Allí Euler se refirió a Maupertuis como “ese gran geómetra [que] no sólo ha establecido el principio más firmemente que yo, sino que con su método, más general y penetrante que el mío, ha descubierto consecuencias que yo no había obtenido. Después de tantos intereses en el principio mismo, el ha mostrado con la misma evidencia, que yo era la única persona a quien el descubrimiento podría haber sido atribuido”.

Mientras Euler salía en defensa de Maupertuis, Voltaire lo atacó muy duramente con la tan ingeniosa como malévola *Diatribes du Dr. Akakia, médecin du Pape*, a la que siguió una serie de folletos y obras<sup>50</sup> tratando al “aplanador de la Tierra” de plagiarlo e ignorante. En un folleto llamado *Decisión de los profesores*

---

<sup>50</sup> *Micromégas, Candide y L'Homme aux quarante écus*.



*del Colegio de la Sabiduría*, Voltaire hizo la siguiente crítica mordaz pero precisa, al decir que “la afirmación de que el producto de la distancia y la velocidad es siempre un mínimo nos parece falsa, pues a veces este producto es máximo, tal como creía y nos mostró Leibniz. Parece que el joven autor solo ha tomado la mitad de la idea de Leibniz; y, al hacerlo, lo reivindicamos de [la acusación de] haber tomado alguna vez una idea de Leibniz en su totalidad”. Maupertuis se defendió de estos ataques afirmando que “la cosa más extraña era ver aparecer como un auxiliar en esta disputa a un hombre que no tenía ninguna carta en el asunto. No satisfecho con decidir al azar sobre un tema que requería mucho conocimiento del que carecía, tomó la oportunidad de lanzarme los más groseros insultos, y pronto los completó con sus “*Diatribes*”. Permití correr este torrente de hiel e inmundicia, cuando me vi defendido por la pluma y el cetro. Aunque la más elocuente de todas las plumas había pronunciado estos insultos, la justicia hizo que su trabajo ardiera en el cadalso y en los lugares públicos de Berlín”. En estas últimas frases, Maupertuis hace referencia a Federico el Grande, quien escribió por si mismo una defensa y en 1752 hizo quemar las *Diatribes* por mano del verdugo y en presencia de Voltaire. Sin embargo, Maupertuis quedó enfermo y con su espíritu quebrado. Hizo un viaje al sur para reponerse, pero al recibir noticias de que había estallado la guerra quiso regresar a Berlín para acompañar a Federico. Sólo pudo llegar hasta Basilea, donde muy enfermo ya, expiró en casa de los Bernoulli en 1759.

## Apéndice D: La primera conferencia Solvay

En 1910 Walther Nernst comenzó a discutir con el industrial belga Ernest Solvay sobre la realización de una conferencia internacional dedicada al estudio de las nuevas ideas cuánticas. Pero la respuesta de Planck a un primer memorandum de Nernst no fue muy alentadora. Según él, todavía el tema no tenía mucha gente interesada, y sería mejor esperar un par de años. Sin embargo Nernst continuó adelante con su propuesta, y la conferencia comenzó en Bruselas a fines de Octubre de 1911 con la participación de Nernst, Planck, Rubens, Dommerfeld, Warburg y Wien de Alemania, Jeans y Rutherford de Inglaterra, Brillouin, Curie, Langevin, Perrin y Poincaré de Francia, Einstein y Hasenöhrhl de Austria, Kammerlingh Onnes y Lorentz de Holanda y Knudsen de Dinamarca.

Las diferencias de opinión se mostraron claramente en la conferencia. Por ejemplo, en su presentación, Lorentz destacó que las teorías clásicas no podrían ofrecer una descripción de los datos empíricos, pero Jeans señaló lo contrario. Planck presentó un nuevo modelo cuántico que –en su opinión– se mantenía dentro de la teoría electromagnética de Maxwell. Este modelo fue muy bien recibido por todos los presentes, con una notable excepción. Einstein comentó abiertamente que Planck no había utilizado la estadística correctamente, ya que de lo contrario la fórmula de Planck conduce sin remedio a la cuantización de la luz. Sommerfeld presentó una idea innovadora, donde la cantidad cuantizada no era la

energía o la luz, sino el producto de la energía emitida o absorbida por la materia y el tiempo que demora el proceso. Es decir, precisamente, la acción. Y aseguró que a diferencia de los modelos de Planck y Einstein, el suyo era consistente con la electrodinámica.

La conclusión de la conferencia no fue la resolución de la disputa. Pero se advirtió la necesidad de analizar con cuidado si los nuevos efectos cuánticos, que nadie ponía en duda y que representaban el mínimo espacio de acuerdo entre los asistentes a la conferencia, encajaban o no dentro de las teorías conocidas. Como le escribiría Einstein a Besso en Diciembre de 1911:

“En Bruselas la gente deploró el fracaso de la teoría sin encontrar un remedio. La conferencia pareció una lamentación ante las ruinas de Jerusalén. No se logró nada positivo. Mis consideraciones fueron recibidas con gran escepticismo, pero sin críticas serias”.

## Bibliografía

- R. Baierlein: *Newton to Einstein, the trail of light* (Cambridge University Press, 1992).
- N. Bohr: *Collected Works*, L. Rosenfeld, general editor (North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1981).
- R. Dugas: *A History of Mechanics* (Éditions du Griffon, Neuchatel, Suiza, 1955).
- P. M. M. Duhem: *The evolution of Mechanics* (Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, 1980)
- A. Einstein: *Notas autobiográficas* (Alianza Editorial, Madrid, 1984).
- R. Feynman: *The Feynman Lectures on Physics* (Addison-Wesley Pub. Co., 1963).
- A. Galindo and P. Pascual: *Mecánica Cuántica I* (Eudema S.A., Madrid, 1989).
- F. Gantmacher: *Lectures in Analytical Mechanics* (Mir Publisher, Moscow, 1975).
- H. Goldstein: *Classical Mechanics*: (Cambridge, Addison Wesley, 1950).

- D. Hestenes: *New Foundations for Classical Mechanics* (D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1986).
- C. G. Hempel: *La explicación científica* (Paidós, Buenos Aires, 1979).
- E. Ikenberry: *Quantum Mechanics for Mathematicians and Physicists* (Oxford University Press, 1962).
- J. V. José & E. J. Saletan: *Classical Dynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1998).
- T.W.B. Kibble and F. H. Berkshire: *Classical mechanics* (Harlow, Longman Scientific & Technical, 1996).
- G. Klimovsky: *Las desventuras del conocimiento científico* (A-Z editora, Buenos Aires, 1997).
- T. S. Kuhn: *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity 1894-1916, with a new Afterword* (The University of Chicago Press, Chicago, 1978).
- E. Mach: *Desarrollo Histórico - Crítico de la Mecánica* (Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1949), traducción de José Babini. Título original *Die Mechanik in ihrer Entwicklung historisch-kritisch dargestellt* (1883).
- J. B. Marion and S. T. Thornton: *Classical Dynamics of Particles and Systems* (Harcourt Brace & Co., Fort Worth, 1988, 4th. edition).
- J. Mehra and H. Rechenberg: *The Historical Development of Quantum*

*Theory: volume 1, part 1: The Quantum Theory of Planck, Einstein, Bohr and Sommerfeld, Its Foundation and the Rise of Its Difficulties 1900 - 1925* (Springer-Verlag, New York, 1982).

- J. Mehra and H. Rechenberg: *The Historical Development of Quantum Theory: volume 1, part 2: The Quantum Theory of Planck, Einstein, Bohr and Sommerfeld, Its Foundation and the Rise of Its Difficulties 1900 - 1925* (Springer-Verlag, New York, 2000).
- J. Mehra and H. Rechenberg: *The Historical Development of Quantum Theory: volume 2: The Discovery of Quantum Mechanics, 1925* (Springer-Verlag, New York, 1982).
- E. Nagel: “Teleology revisited”, en *Teleology Revisited and Other Essays in the Philosophy and History of Science* (Columbia University Press, New York, 1979).
- O. Núdler: *Campos controversiales y Progreso en Filosofía* (XI Congreso Nacional de Filosofía, Univ. Nac. de Salta, 2001)
- O. Núdler: *¿Progreso en Filosofía?* (Simposio sobre Filosofía Natural y Filosofía Moral en la Modernidad, UNAM, México, 2002).
- O. Núdler: *Campos Controversiales y Progreso Epistémico*, Revista Patagónica de Filosofía, en prensa (2003).
- L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *Mechanics*: (Pergamon, Oxford, 1960).

- I. Percival and D. Richards: *Introduction to Dynamics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1982).
- M. Planck: *The Theory of Heat Radiation*. (Dover Publishing, New York, 1991)
- B. Pullman: *The Atom in the History of Human Thought* (Oxford University Press, Oxford, 1998).
- L. I. Schiff: *Quantum Mechanics* (McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, 1968)